

LA MACCHINA DI CARNOT FRIGORIFERA

Il modo formalmente più semplice per progettare un frigorifero è di utilizzare un ciclo di Carnot percorso in senso antiorario (e non in senso orario come avviene nel ciclo di Carnot che funziona come motore).

Così, la macchina di Carnot frigorifera:

- assorbe un calore Q_1 positivo dalla sorgente fredda (l'interno del frigorifero) a temperatura T_1 ;
- cede un calore Q_2 negativo alla sorgente calda (l'ambiente) a temperatura $T_2 > T_1$;
- compie un lavoro negativo $W = Q_1 - |Q_2|$.

L'ultima relazione equivale a dire che, per fare funzionare la macchina di Carnot frigorifera, dobbiamo fornirle dall'esterno una quantità di energia (positiva) $W^{(e)}$ pari a

$$W^{(e)} = -W = |Q_2| - Q_1. \quad (1)$$

Il coefficiente di prestazione per la macchina di Carnot frigorifera

Il rendimento di un motore termico (formule (3) e (4) del capitolo «Il secondo principio della termodinamica») è:

$$\eta = \frac{W}{Q_2} = 1 - \frac{|Q_1|}{Q_2} = 1 - \left| \frac{Q_1}{Q_2} \right|, \quad (2)$$

mentre la formula (12) dello stesso capitolo stabilisce che il rendimento η di una macchina di Carnot è

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}. \quad (3)$$

Combinando insieme queste due relazioni si ottiene

$$1 - \left| \frac{Q_1}{Q_2} \right| = 1 - \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \left| \frac{Q_1}{Q_2} \right| = \frac{T_1}{T_2}. \quad (4)$$

Inoltre, il coefficiente di prestazione (COP) di una macchina frigorifera è definito come (formula (19) sempre dello stesso capitolo):

$$\text{COP} = \frac{Q_1}{W^e}. \quad (5)$$

Nota inoltre che, per la macchina di Carnot frigorifera, la definizione del rendimento $\eta = W/Q_2$ continua a essere coerente perché sia W che Q_2 hanno segno negativo, per cui il loro quoziente fornisce un risultato positivo. Dalla formula appena citata otteniamo allora subito

$$W^e = -W = -\eta Q_2 = \eta |Q_2|. \quad (6)$$

Sostituendo la (6) nella (5) troviamo allora la relazione

$$\text{COP} = \frac{Q_1}{W^e} = \frac{Q_1}{\eta |Q_2|} = \frac{1}{\eta} \left| \frac{Q_1}{Q_2} \right|.$$

La quantità in valore assoluto che compare nella formula precedente può essere rielaborata ed espressa in funzione delle temperature delle sorgenti grazie alla seconda parte della formula (4); così si trova

$$\text{COP} = \frac{1}{\eta} \left| \frac{Q_1}{Q_2} \right| = \frac{1}{\eta} \frac{T_1}{T_2}.$$

Infine, nella formula precedente al posto di η possiamo sostituire il risultato (3). Ciò ci porta a calcolare

$$\text{COP} = \frac{1}{\eta} \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1 - \frac{T_1}{T_2}} \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{\frac{T_2 - T_1}{T_2}} \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}.$$

Isolando il primo e l'ultimo termine della precedente catena di uguaglianze si ottiene il risultato cercato, che si scrive:

$$\text{COP} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} \quad (7)$$

ESERCIZI

DOMANDE SUI CONCETTI

1 Una macchina di Carnot funziona, in senso antiorario, tra le temperature $T_1 = 268,4$ K e $T_2 = 310,6$ K.

► Quanto vale il coefficiente di prestazione della macchina?

[6,36]

2 Una macchina di Carnot frigorifera sottrae calore dall'interno di un congelatore e lo riversa all'esterno alla temperatura ambiente di 295 K. Il COP della macchina vale 6,02.

► Calcola la temperatura a cui è mantenuto l'interno del congelatore.

[253 K]

3 Una macchina di Carnot frigorifera lavora tra le due temperature 276,1 K e 299,3 K. A ogni ciclo di funzionamento la macchina assorbe 26,9 J di lavoro esterno.

► Determina la quantità di calore che la macchina estrae dal frigorifero in un ciclo.

[320 J]

4 In un ciclo, una macchina di Carnot frigorifera assorbe 7,65 J di lavoro esterno e sottrae alla sorgente fredda (mantenuta alla temperatura di 275 K) 72,5 J di calore.

► Quanto vale la temperatura della sorgente calda?

[304 K]

5 Una macchina di Carnot frigorifera estrae calore da un congelatore alla temperatura $-19,4$ °C. In ogni ciclo di funzionamento la macchina scarica 121 J di calore nell'ambiente all'esterno, alla temperatura di $+26,1$ °C.

► Calcola la quantità di energia che la macchina assorbe, per il suo funzionamento, in un ciclo.

[18,4 J]