

CARRUCOLE SEMPLICI E COMPOSTE

Le carrucole fanno parte (insieme alle leve e al piano inclinato) delle **macchine semplici**, che permettono di equilibrare una forza resistente \vec{F}_P per mezzo di una forza che non è semplicemente uguale a $-\vec{F}_P$.

La carrucola semplice

La figura 1 mostra una condizione tipica di utilizzo di una carrucola (*singola*, o *semplice*): una forza motrice \vec{F}_M agisce in modo da contrastare l'effetto della forza-peso \vec{F}_P che si esercita sulla fune che scorre nella gola della carrucola.

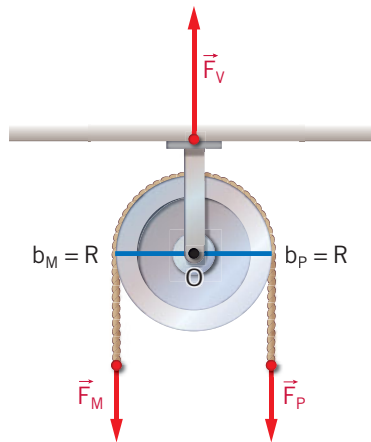


Figura 1 Carrucola semplice.

La carrucola della figura 1 è vincolata in alto per mezzo di una staffa (per esempio è appesa al soffitto). Così la reazione \vec{F}_V del vincolo agisce automaticamente per fare in modo che la risultante delle forze applicate alla carrucola sia nulla. In questo modo essa non compie movimenti di traslazione.

Studiamo allora la condizione di equilibrio della carrucola quando è soggetta a rotazioni attorno al proprio asse. A questo proposito consideriamo il momento \vec{M}_P della forza-peso \vec{F}_P rispetto al centro O della carrucola e il momento \vec{M}_M della forza motrice \vec{F}_M rispetto allo stesso punto (la direzione di \vec{F}_V passa per O e quindi il momento di tale forza rispetto a O è nullo).

\vec{M}_P tende a fare ruotare la carrucola in senso orario ed è diretto verso l'interno della pagina; \vec{M}_M tende a provocare una rotazione in senso antiorario e ha verso uscente dalla pagina. Inoltre, come si vede dalla figura precedente, i bracci b_P e b_M delle due forze \vec{F}_P e \vec{F}_M rispetto a O sono uguali tra loro e anche uguali al raggio R del disco della carrucola.

Affinché la carrucola si trovi in equilibrio sotto rotazione deve valere la condizione

$$\vec{M}_P + \vec{M}_M = 0. \quad (1)$$

Visto che, come si è appena detto, i due momenti hanno la stessa direzione e versi opposti, perché sia vera la condizione (1) occorre che i moduli dei due momenti siano uguali tra loro. Così si ha

$$M_P = F_P b_P = F_P R = M_M = F_M b_M = F_M R,$$

da cui si ottiene (terzo e ultimo termine della precedente catena di uguaglianze)

$$F_P \vec{k} = F_M \vec{k} \quad (2)$$

e, in definitiva

$$F_P = F_M \quad (3)$$

Così:

la carrucola semplice permette di equilibrare una forza resistente \vec{F}_P con un'altra forza dello stesso modulo.

Quindi non si ha, come nel caso del piano inclinato, il guadagno di equilibrare una data forza con una forza meno intensa. Invece, la carrucola semplice permette di agire in modo più comodo per l'operatore il quale può, per esempio, agire sulla fune tirandola verso il basso invece di issare direttamente un peso in verticale.

Carrucola doppia

Il caso più semplice di carrucola composta è quello della carrucola doppia illustrata nella **figura 2**. Il sistema è formato da una carrucola fissa come quella esaminata in precedenza e da una carrucola mobile che analizzeremo ora.

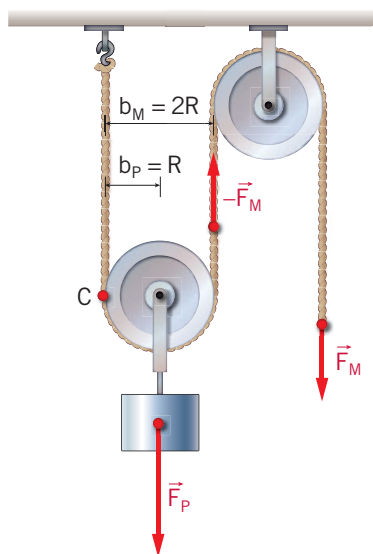


Figura 2 Schema di funzionamento di una carrucola doppia.

La carrucola fissa trasmette la forza \vec{F}_M applicata alla fune lasciandone invariato il modulo. Quindi sulla carrucola mobile agisce una forza $-\vec{F}_M$ che tende a sollevare verso l'alto la fune che si trova alla destra della carrucola mobile. Sulla stessa carrucola agisce anche la forza \vec{F}_P rivolta verso il basso.

Per questa ragione conviene ora calcolare i momenti delle forze rispetto al punto C di contatto della fune con il bordo sinistro della carrucola. Così la forza vincolare del gancio, che ha direzione passante per C , rispetto a questo punto ha momento nullo e non è rilevante.

In analogia all'analisi fatta in precedenza consideriamo il momento \vec{M}_P della forza-peso \vec{F}_P rispetto a C e il momento \vec{M}_M della forza motrice $-\vec{F}_M$ rispetto allo stesso punto.

\vec{M}_P tende a fare ruotare la carrucola in senso orario ed è diretto verso l'interno della pagina; \vec{M}_M tende a provocare una rotazione in senso antiorario e ha verso uscente dalla pagina. Questa volta, però, il braccio di \vec{F}_P è $b_P = R$, mentre il braccio di $-\vec{F}_M$ è $b_M = 2R$.

Quindi la condizione di equilibrio del sistema sotto rotazione, che corrisponde alla precedente equazione (2), diventa ora

$$F_P R = F_M (2R), \quad (4)$$

Da cui si ottiene

$$F_M = \frac{1}{2} F_P \quad (5)$$

In questo caso si ha un vero *guadagno* nella forza applicata, in quanto si può equilibrare la forza resistente con una forza motrice di modulo pari alla metà di quello della forza resistente.

ESERCIZI

DOMANDE SUI CONCETTI

1 Supponi che il peso della carrucola e della fune siano trascurabili rispetto ai moduli delle altre forze in gioco.

★★★

► Per fare in modo che il sistema non trasli, quanto vale il modulo della forza vincolare \vec{F}_V che compare nello schema della carrucola semplice?

[$2F_p$]

2 Supponi che il peso delle carrucole e della fune sia trascurabile rispetto ai moduli delle altre forze in gioco.

★★★

► Per fare in modo che il sistema non trasli, quanto vale il modulo della forza vincolare esercitata dal gancio nello schema della carrucola composta?

[$F_V = F_M = F_p/2$]

3 Supponi che il peso delle carrucole e della fune sia trascurabile rispetto ai moduli delle altre forze in gioco.

★★★

► Per fare in modo che il sistema non trasli, quanto vale il modulo della forza vincolare esercitata dal soffitto sulla carrucola fissa nello schema della carrucola composta?

[F_p]