

LA DIMOSTRAZIONE DELLA LEGGE DI ARCHIMEDE

La legge di Archimede è una conseguenza della legge di Pascal e di quella di Stevino. Consideriamo un blocchetto che ha la forma di un parallelepipedo con base di area S e altezza l (figura 1). Esso è immerso in un liquido di densità d , con la faccia superiore a profondità h_1 e quella inferiore alla quota $h_2 = l + h_1$.

Il peso dell'acqua esercita sulle varie facce del blocchetto una pressione che aumenta con la profondità.

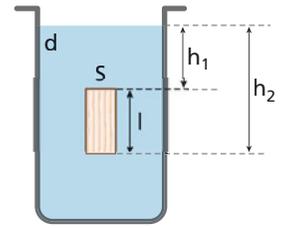
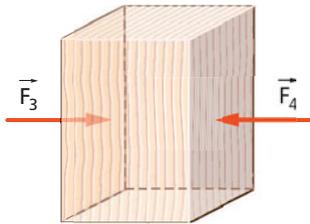


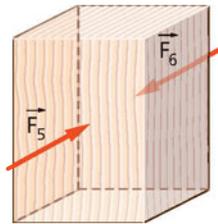
Figura 1 Grandezze che compaiono nella dimostrazione della legge di Archimede.

▶ Le forze che si esercitano sulla faccia di sinistra sono equilibrate dalle corrispondenti forze sulla faccia di destra.



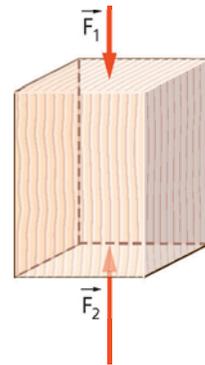
A

▶ Anche la somma vettoriale delle forze che si esercitano sulla faccia anteriore è uguale alla forza totale sulla faccia posteriore.



B

▶ È come se, sul blocchetto, agissero soltanto la forza \vec{F}_1 sulla faccia superiore e la forza \vec{F}_2 su quella inferiore.



C

Quindi, la forza totale \vec{F}_A esercitata dal liquido sul blocchetto è

$$\vec{F}_A = \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$

Dal momento che la pressione sulla superficie inferiore è maggiore della pressione sulla superficie superiore, il modulo di \vec{F}_2 è più grande di quello di \vec{F}_1 . Quindi la forza totale è una forza verticale, diretta verso l'alto e con un modulo dato da

$$F_A = F_2 - F_1.$$

I valori delle forze \vec{F}_1 e \vec{F}_2 sono date dal prodotto dell'area S di una faccia per il valore della pressione alla quota in cui esse si trovano:

$$F_1 = Sp_1 \text{ e } F_2 = Sp_2.$$

A loro volta, le pressioni sono date dalla legge di Stevino:

$$p_1 = p_0 + dgh_1 \text{ e } p_2 = p_0 + dgh_2 = p_0 + dg(h_1 + l).$$

Siamo così in grado di calcolare F_A :

$$\begin{aligned} F_A = F_2 - F_1 &= Sp_2 - Sp_1 = S(p_2 - p_1) = S[p_0 + dgh_1 + dgl - (p_0 + dgh_1)] = \\ &= S[p_0 + dgh_1 + dgl - p_0 - dgh_1] = Sdgl. \end{aligned}$$

Ma il prodotto Sl è uguale al volume V del blocchetto, quindi troviamo la legge di Archimede:

$$F_A = Sdgl = gd(Sl) = gdV.$$



Figura 2 La somma delle forze verticali che agiscono sul blocchetto è rivolta verso l'alto.

ESERCIZI

DOMANDE SUI CONCETTI

1 Considera un blocchetto, a forma di parallelepipedo, che galleggia in un liquido di densità d . L'area delle due basi del blocchetto è S , mentre l'altezza della parte immersa è l .

★★★

- ▶ Quali sono le forze, dovute alla pressione dell'aria e del liquido, che agiscono sul blocchetto?
- ▶ Qual è la somma vettoriale delle forze che si esercitano sulle facce laterali del blocchetto?
- ▶ Quando valgono, rispettivamente, la pressione sulla base emersa del blocchetto e su quella immersa?

$$[0 \text{ N}; p_0, p_0 + dgl]$$

2 Considera ancora il blocchetto dell'esercizio precedente.

★★★

- ▶ Quali sono i moduli delle forze, dovute alla pressione, che agiscono sulle basi del blocchetto?
- ▶ Quanto vale il modulo della risultante di tali forze?
- ▶ Anche nel caso del blocchetto parzialmente emerso è valida la legge di Archimede?

$$[p_0 S, (p_0 + dgl)S; dglS]$$

