

MOTO DI UNA CARICA IN UN CAMPO ELETTRICO UNIFORME

Il moto di una particella carica in un campo elettrico è in generale molto complesso; il problema risulta più semplice se il campo elettrico è uniforme, come quello che si trova all'interno di un condensatore piano.

In un campo elettrico \vec{E} uniforme una carica q risente di una forza $\vec{F} = q\vec{E}$ costante.

Questa forza ha proprietà simili a quelle della forza-peso, che agisce su ciascun corpo in modo costante.

Moto della direzione del campo elettrico

Se una particella di carica q e massa m parte da ferma, oppure ha una velocità iniziale parallela alle linee del campo elettrico, il suo moto è analogo a quello di un corpo soggetto alla forza-peso, perché su di essa agisce un'accelerazione costante che, per la seconda legge della dinamica, vale

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} \quad (1)$$

Così:

- se la sua velocità iniziale è nulla il suo moto è uniformemente accelerato con partenza da fermo, come quello di un sasso lasciato cadere;
- se la sua velocità iniziale è rivolta nel verso opposto a quello della forza elettrica, il suo moto è simile a quello di un sasso lanciato verso l'alto: la velocità diminuisce fino ad annullarsi, poi la particella inverte il moto e da quel momento il valore della velocità aumenta in modo continuo;
- se la sua velocità iniziale è rivolta nello stesso verso della forza, il moto della particella risulta analogo a quello di un sasso scagliato verso il basso.

Velocità finale con partenza da fermo

Un caso importante è quello di una particella di carica q e massa m che si trova in un campo elettrico uniforme con velocità iniziale nulla. In questo caso essa si sposta dal punto iniziale A a un punto finale B posto sulla stessa linea di campo su cui si trova A (figura 1). Vogliamo trovare la velocità finale v acquistata in questo modo dalla carica.



Figura 1 Una carica q parte da ferma nel punto A e, sotto l'azione del campo elettrico, si sposta fino al punto B .

Se la particella si muove nel vuoto, su di essa non agiscono attriti; inoltre, supponiamo che l'effetto della forza-peso sia trascurabile, in modo da poterci concentrare sugli effetti della forza elettrica.

Il teorema dell'energia cinetica stabilisce che per la particella vale la relazione

$$K_f = K_i + W_{A \rightarrow B}, \quad (2)$$

dove K_f è l'energia cinetica finale, K_i è quella iniziale e W è il lavoro fatto dalla forza che agisce sulla particella (in questo caso la forza elettrica). Nel problema che stiamo esaminando si ha $K_i = 0$ J (la particella parte da ferma) e $K_f = \frac{1}{2}mv^2$, per cui il teorema dell'energia cinetica diventa

$$\frac{1}{2}mv^2 = W_{A \rightarrow B}. \quad (3)$$

Dalla definizione di differenza di potenziale si ottiene $W_{A \rightarrow B} = q(V_A - V_B)$; per cui l'equazione precedente diventa

$$\frac{1}{2}mv^2 = q(V_A - V_B). \quad (4)$$

Da questa si ricava v , che risulta

$$v = \sqrt{\frac{2q(V_A - V_B)}{m}} \quad (5)$$

Il cannone elettronico

Un'importante applicazione tecnologica del moto di una particella in un campo elettrico è il cannone elettronico, che è schematizzato nella **figura 2**: un elettrodo carico negativamente è riscaldato ad alta temperatura ed emette elettroni per un fenomeno chiamato **effetto termoionico**. Una volta emessi, gli elettroni sono attirati dall'elettrodo positivo, che è forato al centro in modo da lasciarne passare un fascio rettilineo, detto per ragioni storiche **fascio catodico**.

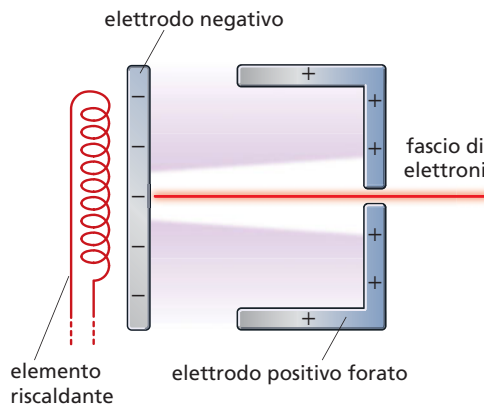


Figura 2 Struttura schematica del cannone elettronico.

Il cannone elettronico è un elemento fondamentale per il funzionamento dei televisori e dei monitor non a schermo piatto. Anche se è sempre meno usato per gli schermi, rimane indispensabile per il funzionamento di dispositivi come i microscopi elettronici e gli spettrometri di massa, che hanno grande importanza per l'industria di alto livello tecnologico e per la ricerca.

Moto parabolico

Consideriamo una particella di carica q e di massa m che entra tra due armature caricate di segni opposti, con il vettore velocità \vec{v}_0 parallelo alle armature stesse. Per fissare le idee, nella **figura 3** le armature sono orizzontali e la particella si muove verso destra.

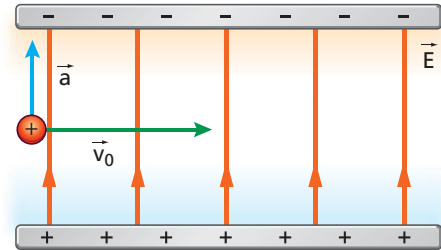


Figura 3 Una carica puntiforme entra nel campo elettrico di un condensatore in direzione perpendicolare alle sue linee di campo.

Una volta che si trova tra le armature, sulla carica agisce una forza $\vec{F} = q\vec{E}$ rivolta verso l'alto della figura, e quindi perpendicolare a \vec{v}_0 . Per il secondo principio della dinamica, su di essa è quindi impressa un'accelerazione costante $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$, che è anch'essa perpendicolare a \vec{v}_0 .

Ciò significa che la particella è soggetta a due moti simultanei; infatti, la particella si muove:

1. di moto uniforme nella direzione e nel verso di \vec{v}_0 per il principio d'inerzia, visto che non ci sono forze parallele a \vec{v}_0 ;
2. di moto uniformemente accelerato nella direzione e nel verso di \vec{a} .

Si tratta di una situazione fisicamente identica a quella di un sasso lanciato in orizzontale vicino alla superficie terrestre e che quindi segue una traiettoria parabolica; così, in modo corrispondente, una carica che si muove in un campo elettrico uniforme (con una velocità iniziale obliqua rispetto a \vec{E}) descrive una parabola.

In particolare, se scegliamo un sistema di riferimento cartesiano come quello della **figura 4**, con l'origine nel punto in cui la carica entra nel campo elettrico, e chiamiamo $t = 0$ s l'istante in cui essa è nell'origine, le leggi del moto per le coordinate x e y della particella sono:

$$\begin{cases} x = v_0 t & \text{moto uniforme orizzontale} \\ y = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 & \text{moto uniformemente accelerato verticale} \end{cases}$$

La traiettoria che ne risulta è quella rappresentata nella figura. Prima di entrare nello spazio tra le armature cariche nel punto O e dopo essere uscita da esso nel punto A , la particella non risente di alcuna forza e quindi ha un moto rettilineo uniforme. Una volta terminato il moto parabolico, la particella segue la retta tangente alla parabola nel punto A in cui la forza elettrica si annulla.

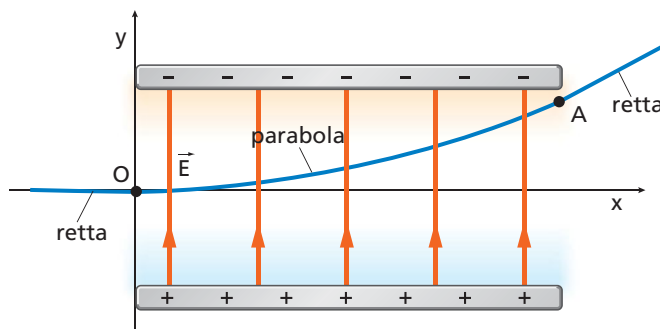


Figura 4 All'interno del condensatore la traiettoria della carica puntiforme è un arco di parabola; all'esterno, trascurando l'effetto della forza-peso, il moto della carica è rettilineo uniforme.

La parabola ha la concavità verso l'alto perché la carica in moto è positiva e, delle due armature, quella in alto è caricata negativamente; cambiando questi segni la forma della traiettoria può cambiare.

ESERCIZI

PROBLEMI

1 Un protone (carica $+e$ e massa $m = 1,67 \times 10^{-27}$ kg) si trova in un campo elettrico di intensità 350 N/C.

★★★

► Calcola il valore dell'accelerazione a che la forza elettrica imprime al protone.

► Di quante volte a è superiore all'accelerazione di gravità g ?

► Perché in questo fenomeno l'effetto della forza peso è trascurabile?

[$3,35 \times 10^{10}$ m/s²; 3,42 miliardi di volte]

2 Un elettrone è accelerato (partendo da fermo) in un cannone elettronico ai cui estremi è applicata una differenza di potenziale $V_B - V_A = 1,02$ kV.

★★★

► Calcola la velocità finale dell'elettrone.

[$1,89 \times 10^7$ m/s]

3 Una particella alfa (carica $+2e$ e massa $6,64 \times 10^{-27}$ kg) è posta in un campo elettrico uniforme di modulo $E = 86,9$ N/C. Il vettore velocità iniziale della particella è parallelo a \vec{E} con verso opposto a esso e ha un modulo di $1,83 \times 10^4$ m/s.

★★★

► Quale distanza è percorsa dalla particella alfa prima che la sua velocità si annulli a causa della forza elettrica?

► Qual è il moto successivo della particella?

[8,00 cm]

4 Due armature metalliche piane e parallele distano 4,0 mm tra loro; il campo elettrico tra di esse ha un modulo di 50 kN/C. Un protone entra tra le armature in un punto equidistante da esse, con una velocità iniziale parallela alle armature e di

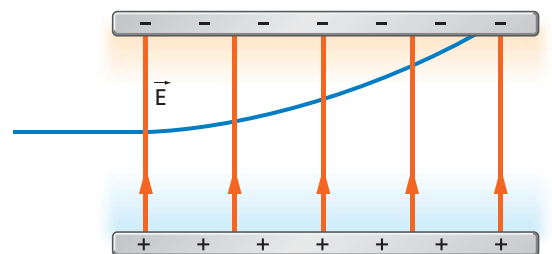
★★★

modulo $1,7 \times 10^6$ m/s. La forza dovuta al campo elettrico porta il protone a collidere con l'armatura carica negativamente (per chiarezza, la figura non è realistica).

► Calcola il tempo che trascorre tra l'istante in cui il protone entra nel campo elettrico e quello in cui collide con l'armatura.

► Calcola a quale distanza dall'estremo sinistro dell'armatura avviene la collisione.

[$2,9 \times 10^{-8}$ s; 4,9 cm]



5 Un elettrone entra nello spazio tra due armature metalliche piane e parallele, disposte come quelle dell'esercizio precedente. Le armature distano 5,0 mm e sono lunghe 10 cm; tra di esse c'è un campo elettrico uniforme di modulo 400 N/C. Nel momento in cui entra nel campo elettrico, l'elettrone dista 3,5 mm dall'armatura positiva e ha il vettore velocità orizzontale, di modulo pari a $7,5 \times 10^6$ m/s.

★★★

► Calcola il tempo che l'elettrone impiegherebbe per arrivare a collidere con l'armatura positiva.

► Calcola a quale distanza dall'estremo sinistro dell'armatura avverrebbe la collisione.

► L'elettrone colpisce l'armatura positiva o esce senza colpirla? In base ai risultati ottenuti, disegna in modo approssimato la traiettoria dell'elettrone.

[10 ns; 7,5 cm]