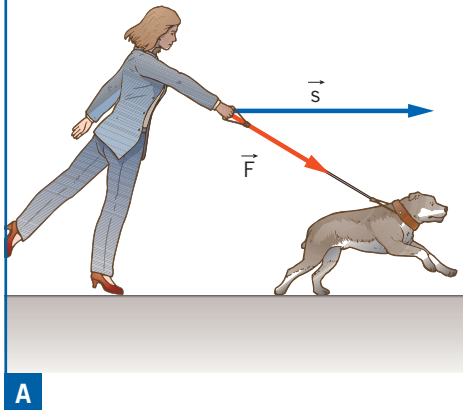


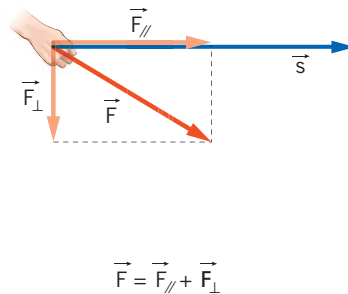
CALCOLO DEL LAVORO NEL CASO GENERALE

In generale il vettore forza e il vettore spostamento non hanno la stessa direzione. Per esempio:

► il cane esercita una forza \vec{F} inclinata verso il basso, ma lo spostamento \vec{s} della mano che regge il guinzaglio avviene in orizzontale.



► È conveniente scomporre la forza \vec{F} esercitata dal cane nei due vettori componenti $\vec{F}_{//}$ (orizzontale) e \vec{F}_{\perp} (verticale).



$$\vec{F} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_{\perp}$$

Il lavoro W della forza \vec{F} è uguale alla somma del lavoro W_1 compiuto dal componente $\vec{F}_{//}$ e del lavoro W_2 compiuto dal componente \vec{F}_{\perp} :

$$W = W_1 + W_2. \quad (1)$$

Per le formule (1) e (3) del capitolo «L'energia e la quantità di moto», il lavoro W_1 , fatto da una forza che è parallela al vettore spostamento, vale

$$W_1 = \pm F_{//} s$$

(il segno + vale se la forza $F_{//}$ ha lo stesso verso dello spostamento \vec{s} , il segno - si usa se i due vettori hanno versi opposti).

Per la formula (4) dello stesso capitolo, il lavoro W_2 della forza \vec{F}_{\perp} , perpendicolare allo spostamento \vec{s} , è nullo:

$$W_2 = 0.$$

Sostituendo questi due risultati nella formula (1) otteniamo allora:

$$W = W_1 + W_2 = (\pm F_{//})s + 0 = (\pm F_{//})s. \quad (2)$$

Questa formula dice che

il lavoro di una forza \vec{F} durante uno spostamento \vec{s} è dato dalla componente di \vec{F} parallela a \vec{s} , moltiplicata per il modulo di \vec{s} :

La componente

Per definizione, la componente di \vec{F} lungo \vec{s} è proprio uguale a $+F_{//}$ o a $-F_{//}$, a seconda che il verso di $\vec{F}_{//}$ sia uguale o opposto a quello di \vec{s} .

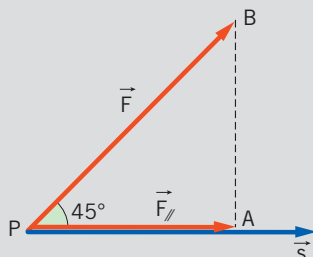
$$W = (\pm F_{\parallel})s \quad (3)$$

lavoro (J) —————
 componente della forza lungo lo spostamento (N) —————
 valore dello spostamento (m) —————

ESEMPIO

Una bambina trascina una slitta per un tratto orizzontale $s = 11,6$ m con una forza di modulo $F = 84,1$ N inclinata di 45° verso l'alto rispetto all'orizzontale.

- ▶ Quanto vale il lavoro compiuto dalla bambina?
- Il triangolo PAB della figura ha un angolo retto ($\widehat{PAB} = 90^\circ$) e i due angoli acuti di 45° ; quindi è la metà di un quadrato di lato $\overline{PA} = F_{\parallel}$ e diagonale $\overline{PB} = F$.



- In un quadrato il lato è uguale alla diagonale divisa per $\sqrt{2}$; così possiamo calcolare

$$F_{\parallel} = \frac{F}{\sqrt{2}} = \frac{84,1 \text{ N}}{1,414} = 59,5 \text{ N}.$$

Il segno da attribuire a F_{\parallel} è positivo perché, come mostra la figura, i vettori \vec{F}_{\parallel} e \vec{s} hanno lo stesso verso.

- Allora possiamo utilizzare la formula (3) con il segno + e otteniamo il valore del lavoro:

$$W = F_{\parallel}s = (59,5 \text{ N}) \times (11,6 \text{ m}) = 690 \text{ N} \cdot \text{m} = 690 \text{ J}.$$

La formula goniometrica del lavoro

Le formule della trigonometria permettono di calcolare il valore del lavoro se conosciamo i moduli F e s dei vettori \vec{F} e \vec{s} e l'angolo α formato da essi. Si ha:

$$W = Fs \cos \alpha. \quad (4)$$

La tabella sotto mostra che questa formula contiene le tre formule del lavoro che abbiamo visto nel paragrafo «Il lavoro» del capitolo «L'energia e la quantità di moto».

Formula goniometrica del lavoro			
Caso	α	$\cos \alpha$	Formula per il lavoro: $W = Fs \cos \alpha$
\vec{F} e \vec{s} paralleli	0°	+1	$W = Fs \times (+1) = Fs$
\vec{F} e \vec{s} antiparalleli	180°	-1	$W = Fs \times (-1) = -Fs$
\vec{F} e \vec{s} perpendicolari	90°	0	$W = Fs \times 0 = 0$

ESERCIZI

DOMANDE SUI CONCETTI

1 ★★★ Una forza di 471 N agisce su un corpo mentre questo compie uno spostamento di 3,28 m. L'angolo tra il vettore forza e il vettore spostamento vale 45° .

► Calcola il lavoro compiuto dalla forza nel caso descritto.

[1,09 kJ]

2 ★★★ Per trattenere un carrello su una leggera discesa lunga 3,50 m, un operaio esercita una forza di

261 N. L'angolo tra il vettore forza e il vettore spostamento è ampio 150° .

► Quanto vale il lavoro compiuto dall'operaio?

► Di che tipo di lavoro si tratta?

[-791 m]

3 ★★★ Un boscaiolo trascina una catasta di legna con una forza di 98,5 N inclinata di 30° verso l'alto rispetto all'orizzontale compiendo un lavoro di 848 J.

► Quanti metri ha percorso il boscaiolo con la catasta di legna?

[9,94 m]