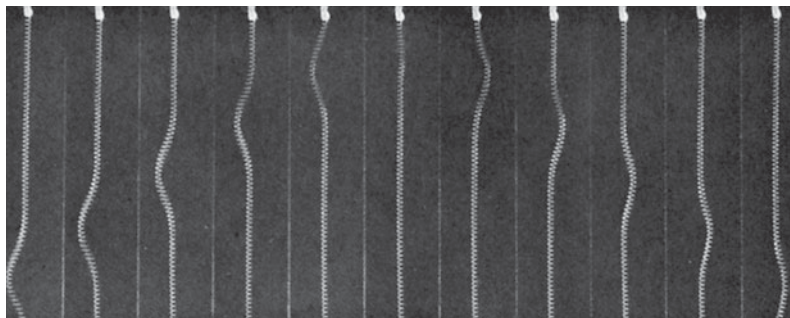


## LE ONDE STAZIONARIE

La **figura 1** mostra un impulso trasversale in una molla ancorata a un estremo fisso. L'impulso si propaga verso l'alto lungo l'intera molla, si riflette e torna indietro capovolto. Questo è, dopo quello delle onde sonore visto nel fenomeno dell'eco, un altro esempio di riflessione di un'onda.



**Figura 1** Riflessione di un'onda su una molla.

Quando si pizzica una corda di chitarra si generano delle onde che si propagano verso i due estremi della corda. Arrivate alle due estremità, le onde si riflettono e si dirigono verso il capo opposto della corda, per generare diverse riflessioni consecutive.

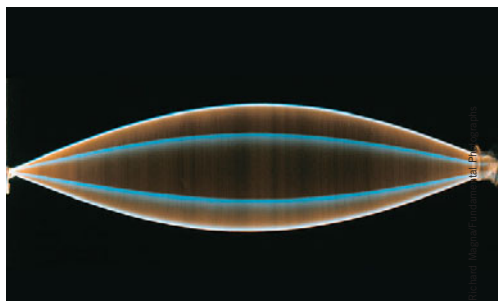
La sovrapposizione di queste onde, tutte della stessa frequenza, che si propagano lungo la corda dà origine a un fenomeno complessivo detto *onda stazionaria*:

un'onda stazionaria è un'onda che non si propaga, ma rimane sempre nella stessa zona di spazio.

Di conseguenza, un'onda stazionaria non trasporta energia da un punto all'altro dello spazio che essa occupa.

### I modi normali di oscillazione

Se pizzichiamo con attenzione la corda di una chitarra nel suo centro possiamo ottenere un moto come quello rappresentato nella **figura 2**. Questa onda stazionaria ha due punti sempre fissi (detti **nodi**) agli estremi della corda; tutti gli altri punti della corda si muovono di moto armonico nello stesso verso: o tutti verso l'alto, o tutti verso il basso. Hanno tutti la stessa frequenza e si muovono in fase, cioè raggiungono insieme sia il punto massimo dell'oscillazione, sia il punto minimo.



**Figura 2** Onda stazionaria su una corda; l'onda presenta due nodi agli estremi.

Pizzicando opportunamente una corda si possono ottenere onde stazionarie con un numero maggiore di nodi. Per esempio

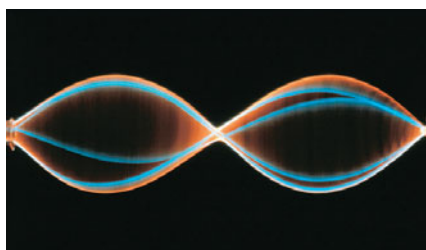
### Principio di sovrapposizione

L'effetto complessivo di due o più onde che si propagano nello stesso mezzo è dato dalla somma algebrica degli effetti delle singole onde.

### Onde non stazionarie

Le onde che si propagano nello spazio sono dette **onde progressive** oppure **onde regressive**, a seconda del loro verso di propagazione.

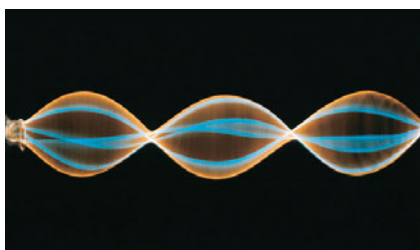
► questa è un'onda stazionaria con tre nodi;



Richard Magna/Fundamental Photographs

A

► mentre quest'altra è un'onda stazionaria con quattro nodi.



Richard Magna/Fundamental Photographs

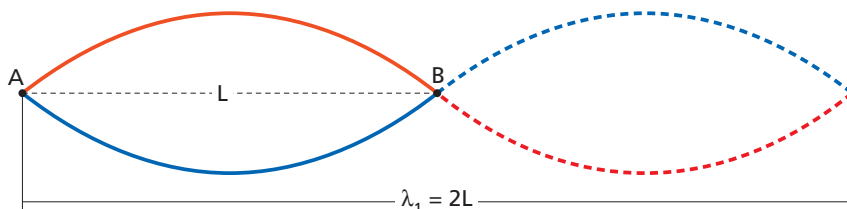
B

Ciascuna di queste particolari onde rappresenta un *modo normale* di oscillazione della corda.

Si chiamano **modi normali** di oscillazione le onde stazionarie in cui tutti i punti della corda oscillano di moto armonico con la stessa frequenza.

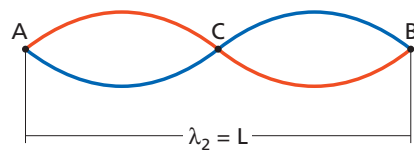
## Le frequenze dei modi normali

La **figura 3** mostra che il primo modo normale di oscillazione, quello con due nodi, ha una lunghezza d'onda  $\lambda_1 = 2L$ , dove  $L$  è la lunghezza della corda che vibra.



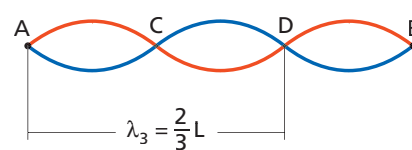
**Figura 3** La lunghezza d'onda del primo modo normale di oscillazione è uguale al doppio della lunghezza della corda.

► Il modo normale successivo, con tre nodi, ha lunghezza d'onda  $\lambda_2 = L$ .



A

► Poi c'è il modo normale con quattro nodi, che ha lunghezza d'onda  $\lambda_3 = \frac{2}{3}L$ .



B

In generale, la lunghezza d'onda del modo normale numero  $n$  (che ha  $n + 1$  nodi) è

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (1)$$

Se indichiamo con  $v$  la velocità delle onde sulla corda, possiamo ottenere la frequenza  $f_n$  del modo normale numero  $n$ ; infatti, se indichiamo con  $T_n$  il periodo di oscillazione del modo normale numero  $n$ , vale la relazione

$$f_n = \frac{1}{T_n} \quad (2)$$

e la formula per la velocità di propagazione diviene

$$v = \frac{\lambda_n}{T_n} = \lambda_n f_n \quad (3)$$

da cui

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n \frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Le frequenze dei modi normali sulla corda sono tutte multipli della frequenza

$$f_1 = \frac{v}{2L}. \quad (5)$$

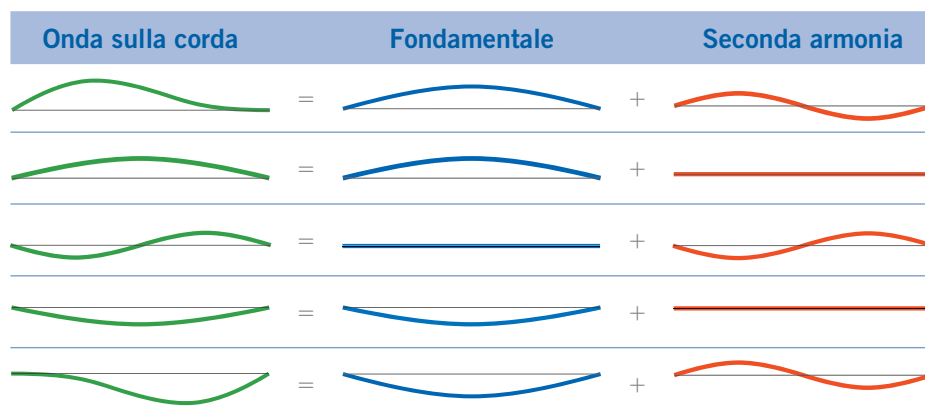
In linguaggio musicale la frequenza  $f_1$  è detta **fondamentale** o **prima armonica**. Tutte le altre frequenze da  $f_2$  in poi sono multiple di  $f_1$  e sono dette *armoniche superiori*.

## Sovrapposizione di modi normali

Se pizzichiamo a caso una corda di chitarra non otterremo uno dei modi normali di oscillazione, ma una forma d'onda più complessa. In generale

un'onda stazionaria generica si può ottenere come sovrapposizione di due o più modi normali di oscillazione.

Come esempio, l'onda complessa della **figura 4** (colore verde), di cui è disegnato solo mezzo periodo, è ottenuta come sovrapposizione dell'onda fondamentale e della seconda armonica (quest'ultima con un'ampiezza che è la metà di quella della fondamentale).



### Frequenza dell'onda composta

Se la fondamentale ha frequenza  $f$  e periodo  $T$ , la seconda armonica ha periodo  $T/2$ . L'onda composta ha ancora periodo  $T$  e frequenza  $f$ , perché dopo un tempo  $T$  la fondamentale ha compiuto un'oscillazione completa e la seconda armonica ne ha compiute due: in questo modo l'intero sistema è di nuovo nella situazione di partenza.

**Figura 4** Onda (in verde) risultante dalla combinazione della prima armonica (in blu) e della seconda armonica (in rosso).

Un'onda sinusoidale semplice, come la fondamentale, è percepita dal nostro orecchio come un suono semplice e metallico (per esempio quello del diapason). Le forme complesse delle onde sonore prodotte dagli altri strumenti sono dovute al fatto che il suono contiene, oltre alla fondamentale, anche diverse armoniche superiori.

Queste onde complesse sono percepite dall'orecchio con timbri diversi, anche se hanno la stessa frequenza fondamentale e, quindi, la stessa altezza.

## ESERCIZI

### DOMANDE SUI CONCETTI

**1** Un'onda sonora viaggia nel tubo chiuso di una canna d'organo lungo 100 cm.  
★★★  
Calcola:

- ▶ la frequenza fondamentale dell'onda stazionaria prodotta.
- ▶ la corrispondente lunghezza d'onda.

[170 Hz; 2,00 m]

**2** In una corda tesa tra due supporti fissi distanti tra loro 75,0 cm viaggia un'onda trasversale. La frequenza fondamentale dell'onda sulla corda è di 410 Hz.

- ▶ Calcola la velocità di propagazione dell'onda.

[615 m/s]