

LA FORMULA DELLE LENTI SOTTILI E L'INGRANDIMENTO

Consideriamo la **figura 1**, in cui si mostra il procedimento geometrico che porta alla determinazione dell'immagine $A'B'$ di una piccola freccia luminosa AB .

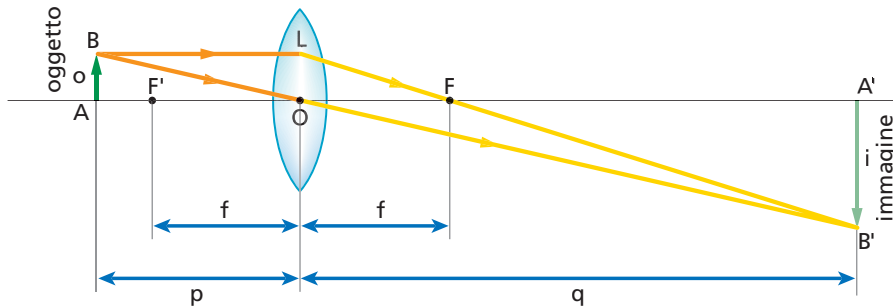


Figura 1 Formazione dell'immagine in una lente sottile convergente.

Indichiamo con $p = \overline{AO}$ la distanza tra l'oggetto e il centro della lente e con $q = \overline{A'O}$ la distanza tra la lente e l'immagine. Vale la **formula delle lenti sottili**

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

distanza oggetto-lente (m) ————— distanza focale (m)
 ————— distanza immagine-lente (m)

La grandezza $\frac{1}{f}$ si chiama **potere diottrico** della lente e si misura in m^{-1} o **diottrie**. Per esempio, una lente con $f = 0,50$ m ha un potere diottrico di $\frac{1}{0,50\text{ m}} = 2,0$ diottrie.

Un valore di $q > 0$ indica che l'immagine è reale mentre $q < 0$ segnala che l'immagine è virtuale.

La formula delle lenti sottili vale anche per le lenti divergenti, ma in questo caso la distanza focale è negativa (**figura 2**).

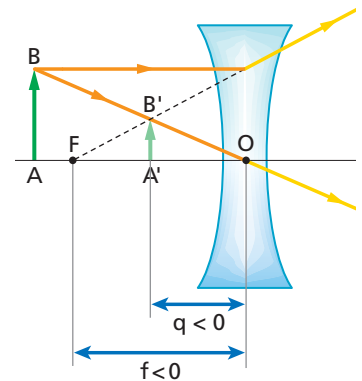


Figura 2 Formazione dell'immagine in una lente sottile divergente.

L'ingrandimento

L'**ingrandimento lineare** G prodotto da una lente è definito come il rapporto tra la lunghezza $\overline{A'B'}$ dell'immagine e la lunghezza \overline{AB} dell'oggetto:

$$G = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}. \quad (2)$$

Si dimostra che vale la formula


$$G = \frac{q}{p} \quad (3)$$

ingrandimento —————
 ————— distanza immagine-lente (m)
 ————— distanza oggetto-lente (m)

infatti, i triangoli OAB e $OA'B'$ sono simili.

ESERCIZI

DOMANDE SUI CONCETTI

1  Four convex lenses have the following focal distances: $f_1 = 0.3 \text{ m}$, $f_2 = 40 \text{ cm}$, $f_3 = 150 \text{ mm}$, $f_4 = 5.6 \text{ dm}$.

► Which lens has the highest dioptric power?

[f_3]

2 Un oggetto luminoso è posto a 37,2 cm da una lente sottile convergente. La sua immagine si forma su uno schermo posto a 76,3 cm dalla lente.

► Quanto vale la distanza focale della lente?

[25,0 cm]

3 Un bastoncino di legno è posto a 25 cm da una lente convergente di distanza focale pari a 16 cm.

► Calcola la distanza dell'immagine dalla lente.

► Verifica graficamente il risultato ottenuto.

[0,44 m]

4 Un oggetto di metallo si trova a una distanza di 15 cm da una lente divergente che ha distanza focale pari a 7,5 cm.

► Determina per via sia algebrica che grafica la posizione dell'immagine.

► Calcola l'ingrandimento della lente.

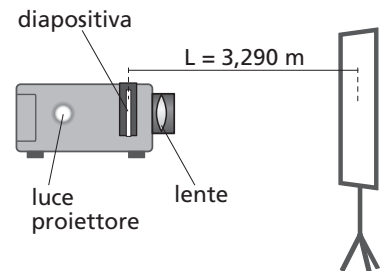
(Suggerimento: ricorda che la distanza focale di una lente divergente è negativa.) [−0,050 m; −0,33]

5 PROBLEMA SVOLTO

★★★

Un proiettore di diapositive funziona grazie a una lente convergente che ha un potere diottrico di 10,00 diottrie. La distanza tra la diapositiva e lo schermo è di 3,290 m.

- Quale deve essere la distanza tra lente e diapositiva perché la sua immagine sia a fuoco sullo schermo?
- Quanto vale l'ingrandimento della diapositiva quando la sua immagine è a fuoco?



$D = 10,00 \text{ m}^{-1}$
 $p = ?$
 $G = ?$

	Grandezze	Simboli	Valori	Commenti
Dati	Potere diottrico della lente	D	$10,00 \text{ m}^{-1}$	
	Distanza diapositiva-schermo	L	$3,290 \text{ m}$	
Incognite	Distanza diapositiva-lente	q	?	La diapositiva è l'oggetto; l'immagine si forma sullo schermo
	Ingrandimento	G	?	

■ Ragionamento

- La distanza $L = 3,290 \text{ m}$ tra diapositiva e schermo è uguale alla somma di p e di q :

$$p + q = L \quad \Rightarrow \quad q = L - p$$

- Tenendo conto di ciò e del fatto che vale $1/f = D = 10,00 \text{ m}^{-1}$, l'equazione delle lenti sottili può essere scritta come

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{L-p} = D$$

- Se si eliminano i denominatori nella formula precedente si ottiene la relazione

$$Dp^2 - DLp + L = 0$$

- Quella trovata è un'equazione di secondo grado nella variabile p . Le sue soluzioni sono

$$p_{1,2} = \frac{DL \pm \sqrt{(DL)^2 - 4DL}}{2D}$$

- Un'equazione di secondo grado ha due soluzioni, ma soltanto una di quelle che troveremo ha significato fisico.

■ Risoluzione

Dai dati del problema otteniamo

$$DL = (10,00 \text{ m}^{-1}) \times (3,290 \text{ m}) = 32,90.$$

Ora possiamo calcolare i valori numerici delle soluzioni

$$\begin{aligned} p_{1,2} &= \frac{32,90 \pm \sqrt{(32,90)^2 - 4 \times 32,90}}{2 \times (10,00 \text{ m}^{-1})} = \\ &= \frac{32,90 \pm 30,84}{20,00} \text{ m} \Rightarrow \begin{cases} p_1 = 0,103 \text{ m} \\ p_2 = 3,187 \text{ m} \end{cases} \end{aligned}$$

La soluzione fisicamente accettabile è p_1 : in un proiettore, diapositiva e lente distano pochi centimetri. Quindi la soluzione del problema è data da

$$\begin{cases} p = 0,103 \text{ m} = 10,3 \text{ cm} \\ q = L - p = (3,290 - 0,103 \text{ m}) = 3,187 \text{ m} \end{cases}$$

Siamo in grado di calcolare l'ingrandimento

$$G = \frac{q}{p} = \frac{3,187 \text{ m}}{0,103 \text{ m}} = 30,9.$$

■ Controllo del risultato

La lente del proiettore di diapositive ha una distanza focale $f = 1/10,00 \text{ m} = 10,00 \text{ cm}$. La diapositiva è posta a 10,3 cm dalla lente, cioè a una distanza dalla lente compresa tra f e $2f$. Quindi l'immagine che si forma è reale, ingrandita e capovolta. È per questo che, per vedere l'immagine in modo corretto nello schermo, la diapositiva va inserita nel proiettore «a testa in giù».

6 ★★★ Una lente convergente è posta tra un oggetto e uno schermo su cui viene proiettata la sua immagine. La lente ha un potere diottrico di 8,50 diottrie e la distanza tra l'oggetto e lo schermo è di 2,85 m.

- ▶ A quale distanza dall'oggetto deve essere posta la lente per avere un'immagine dell'oggetto a fuoco sullo schermo?
- ▶ Calcola l'ingrandimento dell'immagine sullo schermo.

[0,123 m; 22,2]