

**DIMOSTRAZIONE DEL TEOREMA DI CARNOT**

Dimostriamo il teorema di Carnot, cioè che

il rendimento  $\eta$  di una macchina termica  $M$  qualsiasi è sempre minore o uguale al rendimento  $\eta_{rev}$  di una macchina  $M_{rev}$  reversibile che operi fra le stesse temperature, dove il segno di uguaglianza vale solo se la macchina  $M$  è reversibile.

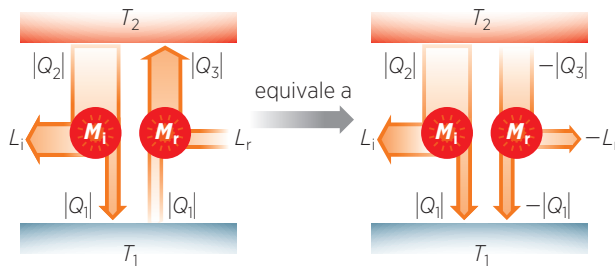
Cioè:

$$\eta \leq \eta_{rev} \tag{6.4}$$

Supponiamo per assurdo che l'enunciato non sia vero e che esista una macchina  $M_{imp}$  il cui rendimento  $\eta_i$  sia superiore al rendimento  $\eta_r$  di una macchina reversibile, cioè

$$\eta_i > \eta_r$$

Dato che  $M_r$  è reversibile, possiamo farle compiere un ciclo inverso, cioè con tutti i segni scambiati, tra le stesse temperature  $T_1$  e  $T_2$  tra le quali opera  $M_i$  (figura 1).



La macchina  $M_i$ : assorbe  $|Q_2|$  dalla sorgente calda, compie lavoro  $L_i$  e cede  $|Q_1|$  alla sorgente fredda.

La macchina  $M_r$ : assorbe  $|Q_1|$  dalla sorgente fredda, su essa viene compiuto lavoro  $L_r$  e cede calore  $|Q_3|$ ; il che equivale a dire che assorbe  $-|Q_3|$  dalla sorgente calda, compie lavoro  $-L_r$  e cede calore  $-|Q_1|$  alla sorgente fredda.

La trasformazione completa, data dall'accoppiamento dei due cicli, è pertanto quella di una macchina  $M_i + M_r$  che (figura 2):

- assorbe una quantità di calore  $|Q_2| - |Q_3|$  da una sorgente calda;
- compie lavoro pari a  $L_i - L_r = |Q_2| - |Q_3|$  per la formula (6.2);
- cede una quantità di calore  $|Q_1| - |Q_1|$ , cioè nulla, alla sorgente fredda.

Il risultato netto è pertanto la conversione completa in lavoro di una quantità di calore  $|Q_2| - |Q_3|$  prelevata da un'unica sorgente calda come unico risultato, infatti nulla è cambiato nella sorgente fredda. Tale conclusione è impossibile per il secondo principio della termodinamica, per cui una macchina non può avere un rendimento maggiore di una macchina reversibile. Se tale macchina è reversibile, inoltre, l'apparato  $M_{imp} + M_{rev}$  può essere rovesciato e si può ripetere il ragionamento, il che dimostra l'enunciato del teorema di Carnot.

Figura 1. I due schemi sono equivalenti, per cui abbiamo  $|Q_2| = L_i + |Q_1|$  e  $-|Q_3| = -L_r - |Q_1|$ .

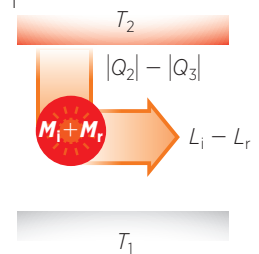


Figura 2. L'accoppiamento delle due macchine porta a un risultato in contrasto con l'enunciato di Kelvin del secondo principio della termodinamica.