

MATEMATICA

Le successioni

In matematica una sequenza ordinata di numeri è detta successione: sono successioni le sequenze dei numeri dispari (1, 3, 5, 7, ...) o dei multipli di 3 (3, 6, 9, 12, 15, ...) e così via. Spesso nei test psicoattitudinali è richiesto di inserire dei termini mancanti in una successione fornita parzialmente, e per farlo è necessario scoprire quale regola è stata usata per costruire la successione stessa.

La successione aritmetica

Se vogliamo aggiungere un termine alla successione dei numeri dispari 1, 3, 5, 7, dobbiamo semplicemente aggiungere 2 unità all'ultimo termine, in quanto la regola con cui essa è costruita prevede che la differenza tra un termine e il successivo sia costante e pari a 2. In termini matematici una sequenza di numeri tali che la differenza tra ciascun termine e il successivo è costante è detta *successione aritmetica* (o *progressione aritmetica*). Se indichiamo il generico termine con a_n , la successione dei numeri dispari è definita dalla regola:

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_n - a_{n-1} = 2 \end{cases}$$

Essa ci dice che il primo termine della successione è 1 e gli altri lo seguono a distanza di 2 unità l'uno dall'altro. La differenza $a_n - a_{n-1}$ è detta anche ragione d della successione, e quindi la generica successione aritmetica è definita dalla formula generale

$$a_n = a_0 + nd$$

La successione geometrica

È detta *successione* (o *progressione*) *geometrica* una sequenza di numeri in cui è costante il rapporto fra ciascun termine e il precedente. A partire dal primo termine, a_0 , la successione è definita una volta noto il rapporto $q = a_n/a_{n-1}$, detto ragione. La formula generale che definisce una successione geometrica qualsiasi è:

$$a_n = q^n a_0$$

Una successione geometrica di ragione 2 è la sequenza delle potenze di 2 con $a_0 = 1$:

$$a_n = 2^n \quad 1, 2, 4, 8, 16, \dots$$

Le note della scala temperata

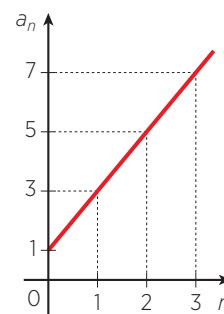
Le note della scala musicale corrispondono a una successione di frequenze. Osserviamo che la distanza tra l'una e l'altra non è costante, come nelle comuni scale in cui i gradini hanno tutti la stessa altezza rispetto al precedente, ma abbiamo a che fare con una successione geometrica, in quanto è costante il rapporto tra frequenze successive. Vediamo infatti che:

$$\frac{v_{\text{Do}\#}}{v_{\text{Do}}} = \frac{277,2 \text{ Hz}}{261,6 \text{ Hz}} = 1,060$$

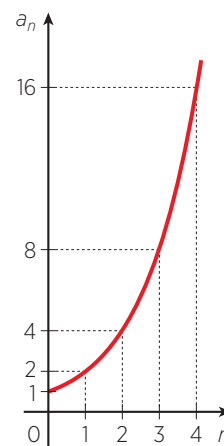
$$\frac{v_{\text{Re}}}{v_{\text{Do}\#}} = \frac{293,7 \text{ Hz}}{277,2 \text{ Hz}} = 1,060$$

Il numero 1,060 è la ragione q della successione ed è equivalente al valore arrotondato al millesimo di $\sqrt[12]{2}$. Perciò ciascuna frequenza della successione si ottiene dalla formula

$$v_n = 1,060^n v_0 = (\sqrt[12]{2})^n v_0 = 2^{\frac{n}{12}} v_0$$



Andamento della successione dei numeri dispari al crescere di n .



Andamento della successione geometrica di ragione $q = 2$ al crescere di n .

DOMANDA Costruisci il grafico della successione delle 12 note dell'ottava centrale del pianoforte e confrontalo con il grafico della successione geometrica di ragione 2. Che cosa accade quando la ragione di una successione geometrica si avvicina al valore 1?

BIOLOGIA

Gli ultrasuoni nel mondo animale

Di norma si parla di suoni facendo riferimento a onde elastiche percepibili dagli esseri umani, comprese in un intervallo di frequenze tra 20 Hz e 20 000 Hz, ma nel mondo animale le orecchie sono sensibili anche oltre tale intervallo. L'intervallo di udibilità di un'onda elastica è caratteristico di ogni singola specie, e ci sono esempi di variabilità anche all'interno della stessa specie.

Ultrasuoni per «vedere»

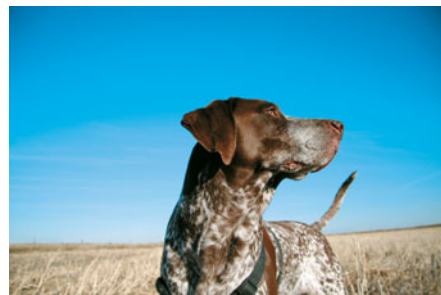
Alcuni animali, come i cetacei e i pipistrelli, sono in grado di emettere onde elastiche con frequenze altissime, definite *ultrasuoni*, che utilizzano come strumento di indagine spaziale. Il meccanismo con il quale gli animali ricostruiscono l'immagine dello spazio circostante è chiamato *ecolocalizzazione*. Consiste nell'emissione di segnali acustici nella regione degli ultrasuoni, i quali rimbalzano sui vari ostacoli posti nello spazio, fornendo all'animale informazioni sull'ambiente in cui si muove oppure sulla direzione lungo cui si muove la sua preda.

Il pipistrello, per esempio, valuta la distanza della possibile preda o del probabile ostacolo a partire dal tempo intercorso fra l'emissione del segnale e il ritorno dell'eco. Il complesso meccanismo di orientamento spaziale del pipistrello, inoltre, gli permette di determinare la direzione di movimento delle prede calcolando la piccolissima differenza di tempo con cui le onde sonore di ritorno colpiscono le due orecchie. Infine, così come noi ricostruiamo mentalmente la terza dimensione sovrapponendo le immagini che ci provengono da entrambi gli occhi, i pipistrelli ricostruiscono mentalmente una struttura tridimensionale dell'oggetto colpito a partire dagli ultrasuoni ricevuti da entrambe le orecchie. L'animale crea così una mappa «virtuale» dell'ambiente che sta attraversando.

Ultrasuoni per allontanare

L'uomo sfrutta talvolta la capacità di alcuni animali di udire ultrasuoni per allontanare quelli che possono essere indesiderati come topi, ratti e insetti. Introducendo nell'ambiente ultrasuoni di frequenza molesta per gli animali, ma assolutamente impercettibile per l'uomo, questi vengono indotti a lasciare un determinato luogo. In particolare, per risolvere il problema delle infestazioni da topi o da ratti sono stati prodotti derattizzatori a ultrasuoni che, quando captati dai roditori, generano in essi uno stato di forte stress costringendoli ad abbandonare quel luogo diventato loro sfavorevole, riducendo la loro natalità e rendendoli estremamente vulnerabili.

Non sempre i ratti sono considerati molesti: in India vi è un tempio interamente dedicato a loro, dove vengono nutriti e protetti.



Jack Cromkhite / Shutterstock

I cani possono udire frequenze comprese tra 40 e 46 000 Hz.



© Rick & Nora Bowers / Alamy

Il sistema di elaborazione dell'eco degli ultrasuoni permette al pipistrello di costruire un'«immagine acustica» di oggetti dello spessore di un capello.



amanderson

DOMANDA Gli ultrasuoni possono avere un timbro? Motiva la risposta in 5 righe.

CON GLI OCCHI DI UN FISICO

Scrivere i suoni

La scrittura musicale

Le prime testimonianze di scrittura musicale ci arrivano dalla cultura greca: sono giunti a noi frammenti di brani musicali cantati in cui nella riga sopra il testo compare la notazione musicale in forma di lettere dell'alfabeto. Dalla Grecia a Roma, la notazione musicale alfabetica ha raggiunto il Medioevo in forme più o meno complicate, con numerosi segni grafici e accenti (*neumi*), fino a quando il monaco e insegnante di musica Guido d'Arezzo non modificò tale impostazione adottando il *tetragramma*, progenitore del moderno *pentagramma*. Il tetragramma è formato da 4 righe parallele (il pentagramma ne ha invece 5) e consente di raffigurare quantitativamente l'altezza dei suoni. Ciascuna riga o ciascuno spazio tra le righe corrisponde a un'altezza del suono, cioè a una specifica nota, segnata con un quadratino nero. Per facilitare la memorizzazione di questo nuovo metodo, Guido d'Arezzo aveva assegnato a ciascuna nota della scala musicale una sillaba o una sigla riconoscibile nell'*Inno di S. Giovanni Battista* di Paolo Diacono, in modo da formare la sequenza *Ut, Re, Mi, Fa, Sol, La, Si*, che usiamo ancora oggi con la sola sostituzione del *Do* all'*Ut*:

Ut queant laxis / *Re* sonare fibris / *Mira* gestorum / *Famuli* tuorum
/ *Solve* polluti / *Labii* reatum / *Sancte Iohannes*



La notazione musicale *neumatica* (a sinistra) non aveva una struttura quantitativa e lasciava moltissima libertà di interpretazione. L'utilizzo del tetragramma (a destra) ha tolto ogni ambiguità alla scrittura musicale, assegnando a ciascuna nota una collocazione precisa tra righe e spazi.

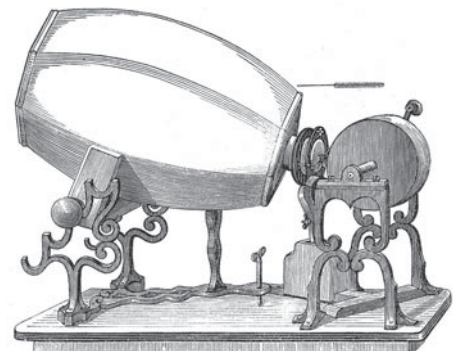
PAROLA CHIAVE **Informazione**

DOMANDA Un disco fonografico è un supporto per la registrazione di suoni, sul quale vengono trasferite le variazioni di pressione indotte dall'onda sonora per mezzo di una puntina che incide una traccia. Quale caratteristica della traccia contiene informazioni sul suono che l'ha prodotta?

Come cantavamo?

Una scrittura musicale quantitativa fa sì che oggi si possa eseguire nuovamente un brano composto secoli fa. Potremmo però chiederci: come venivano cantate, come venivano suonate quelle stesse note? Questa curiosità non può essere soddisfatta, perché abbiamo imparato a registrare i suoni solo nel XIX secolo. A lungo si è ritenuto che le prime registrazioni risalissero al 1878, quando l'inventore statunitense Thomas Edison brevettò il *fonografo*, un apparecchio in grado di registrare e riprodurre suoni. Invece nel 2008 è stata fatta un'interessante scoperta, che ha spostato il primato indietro di vent'anni: alcuni *fonoautogrammi*, che si pensava fossero solo una forma di scrittura del suono su carta, erano invece vere e proprie registrazioni riproducibili.

Il loro artefice, l'editore francese Édouard-Léon Scott de Martinville, aveva ottenuto tali incisioni utilizzando il *fonoautografo*, un apparecchio che imitava la fisiologia dell'orecchio umano: un corno raccoglieva i suoni e trasmetteva le vibrazioni a una membrana collegata a una setola, la quale incideva una superficie coperta di nerofumo avvolta su un cilindro rotante.



Il fonoautografo di Scott de Martinville (1857) era stato ideato per studi di acustica, e invece la moderna tecnologia ha dimostrato che si tratta di un vero e proprio registratore di suoni.

PAROLA CHIAVE **Rumore**

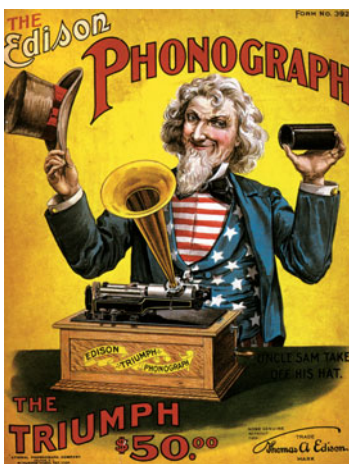
DOMANDA Anche se l'incisione di un disco fonografico avviene in un ambiente silenzioso, durante la riproduzione si può udire il tipico fruscio di fondo, cioè rumore. Perché? Spiegalo in 5 righe.

Il cilindro fonografico

Il fonografo di Edison era un dispositivo in grado sia di registrare sia di riprodurre musica semplicemente invertendo i processi. In fase di registrazione una membrana, messa in vibrazione da un suono, trasmetteva il moto a una puntina di acciaio, che a sua volta poggiava su una lamina di stagno, tesa su un cilindro rotante (cilindro fonografico). Sul cilindro era scavato un solco a spirale e, durante la sua rotazione, la puntina, seguendo il solco, incideva sulla lamina una traccia, più o meno profonda a seconda dell'intensità del suono. In fase di riproduzione avveniva l'opposto: la puntina, scorrendo sulla traccia, trasmetteva il moto a una membrana, la quale vibrando produceva di nuovo l'onda sonora registrata.

Nel 1877 il fonografo era una novità assoluta. La qualità delle registrazioni tuttavia non era molto buona e l'invenzione aveva bisogno di essere migliorata. Intanto, però, Edison poteva mostrare la sua invenzione al mondo e ricavare così i fondi necessari al suo sviluppo. Fondò la Edison Speaking Phonograph Company e iniziò a costruire i primi modelli per fiere e luna park come attrazione funzionante a moneta, ma il suo obiettivo era quello di arrivare a produrre fonografi di qualità per la registrazione e la riproduzione della voce umana, da usare negli uffici o nelle case come ausilio per il lavoro, o per la conservazione di ricordi, o anche come primitiva segreteria telefonica.

I fonografi e i cilindri fonografici erano molto costosi e ben pochi potevano permetterseli, per cui Edison non riuscì a realizzare il suo progetto, soppiantato dalla concorrenza dei dischi del grammofono.



Locandina in cui lo Zio Sam d'America pubblica il modello di fonografo *Triumph*.

Dal 78 giri al cd

Nel 1897 il tedesco Emile Berliner trasformò il cilindro in un disco fonografico, che aveva il notevole vantaggio di una maggiore durata delle registrazioni e un minor ingombro. Inoltre era molto più semplice incidere un disco e generarne delle copie con una matrice, riducendo i costi di produzione e rendendo accessibile l'acquisto a un pubblico più vasto. Il principio era sempre lo stesso: incidere una traccia in un solco mediante una punta messa in vibrazione da una membrana e riprodurre la stessa vibrazione in fase di «lettura» della traccia con una puntina che ripercorra il solco. Il nuovo apparato per registrare e riprodurre suoni si chiamava *grammofono* e i dischi in gommalacca furono denominati *78 giri*, in quanto la velocità di rotazione del piatto era pari a 78 giri al minuto. Inizialmente il suono era amplificato per risonanza da una grossa tromba.

Anche quando fu introdotta l'alimentazione elettrica e migliorò l'amplificazione, il principio di funzionamento restò lo stesso. Cambiarono i materiali e l'estetica, ma anche i dischi in vinile a microscolto usati dagli anni Cinquanta funzionavano nello stesso modo: una puntina che scorreva lungo una traccia, riproducendo le vibrazioni del suono originale.

I nastri magnetici introdussero una soluzione supplementare alla registrazione e riproduzione dei suoni, molto maneggevole ed economica, ma non sostituirono affatto i dischi in vinile. Solo i compact disc musicali, introdotti negli anni Ottanta, hanno significativamente modificato le strategie di memorizzazione dei suoni: non più un solco con delle asperità che dipendono dall'intensità del suono, ma zone più o meno riflettenti sulle quali incide un fascio laser. La lettura dei cd audio è dunque affidata a un sistema ottico che invia un segnale a un sistema elettronico di elaborazione e amplificazione.



La Società Anonima Italiana di Fonotopia (1901) diventò nel 1931 la casa discografica «La voce del padrone». La famosa etichetta, dipinta da Francis Barraud, ritrae il cane Nipper mentre ascolta la voce del suo defunto padrone, riprodotta con un grammofono.

PAROLA CHIAVE

Risonanza

DOMANDA La tromba di un grammofono amplifica il suono prodotto dalla membrana vibrante per risonanza. Spiega in 5 righe tale fenomeno.