

IL MOMENTO DI INERZIA

Il momento di inerzia di un corpo di massa m rispetto a un asse, intorno al quale è posto in rotazione, è una misura di quanto il corpo si oppone alle variazioni di velocità angolare. Se il corpo è assimilabile a un punto materiale, allora il suo momento di inerzia I rispetto a un asse di rotazione a , posto a distanza r (figura 1), è dato dalla relazione:

$$I = mr^2$$

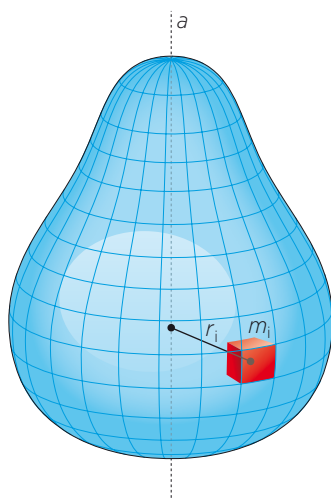
Maggiore è la distanza dell'oggetto dall'asse è maggiore è la sua inerzia rotazionale: se è fermo ci vuole un momento della forza maggiore per metterlo in rotazione; se è in movimento ci vuole un momento della forza maggiore per fermarlo.

Un sistema costituito da più corpi assimilabili a punti materiali di masse m_i ha un momento di inerzia complessivo, rispetto a un asse posto a distanza r_i da ciascun corpo, dato dalla somma dei momenti di inerzia I_i dei singoli corpi (figura 2):

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots = \sum_{i=1}^n I_i$$

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

Nel caso di un corpo rigido esteso, il momento di inerzia si ricava con lo stesso ragionamento, ma immaginando di suddividere il corpo in infinite porzioni di volume piccolissimo, considerate puntiformi ed estendendo quindi la sommatoria a tutti i loro contributi (figura 3).



Nella pratica questo corrisponde all'utilizzo del calcolo infinitesimale: in questa sede non svolgiamo le operazioni, ma diamo direttamente i risultati nel caso di alcuni solidi omogenei di massa complessiva M nella tabella che segue.

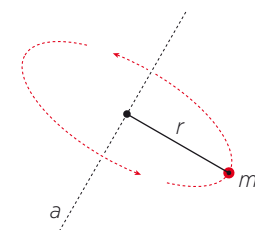


Figura 1. Il caso più semplice è rappresentato da un punto materiale che ruota intorno a un asse, a una distanza r da esso.

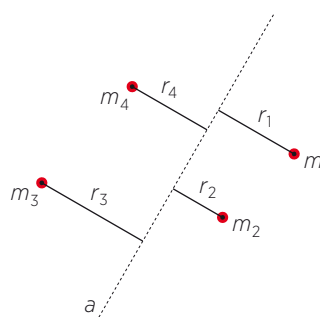
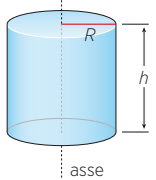
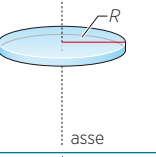
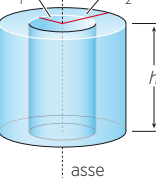
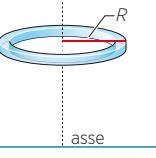
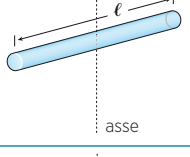
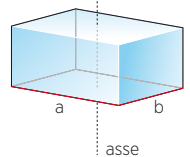
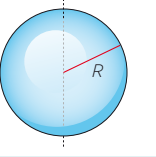
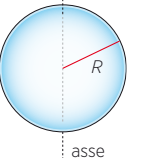


Figura 2. Nel caso di più punti materiali, ciascuno di massa m_i , posto a una distanza r_i dall'asse di rotazione, il momento di inerzia complessivo è dato dalla somma dei singoli momenti di inerzia I_i .

Figura 3. Il momento di inerzia di un corpo rigido esteso si ricava suddividendo il solido in un numero infinito di volumetti. Ciascun volumetto di massa m_i è considerato come un punto materiale, posto a distanza r_i dall'asse a .

CORPO RIGIDO	ASSE	MOMENTO DI INERZIA
Cilindro pieno	Passante per l'asse del cilindro 	$I = \frac{1}{2}MR^2$
Disco	Passante per l'asse del cilindro 	$I = \frac{1}{2}MR^2$
Cilindro cavo	Passante per l'asse del cilindro 	$I = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$
Anello sottile	Passante per l'asse dell'anello 	$I = MR^2$
Sbarra sottile	Passante per il centro di massa della sbarra perpendicolarmente al lato 	$I = \frac{1}{12}Ml^2$
Parallelepipedo	Passante per il centro di massa perpendicolarmente a una faccia 	$I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$
Sfera piena	Passante per il centro della sfera 	$I = \frac{2}{5}MR^2$
Sfera cava sottile	Passante per il centro della sfera 	$I = \frac{2}{3}MR^2$

In molti dispositivi meccanici è richiesto un elevato momento di inerzia per stabilizzare la rotazione di un organo, rendendo minime le variazioni di moto, come avviene nelle biciclette da camera usate nelle palestre, oppure per favorirne la rotazione o mantenerlo in rotazione in assenza di una forza motrice, come in alcuni motori (figura 5).

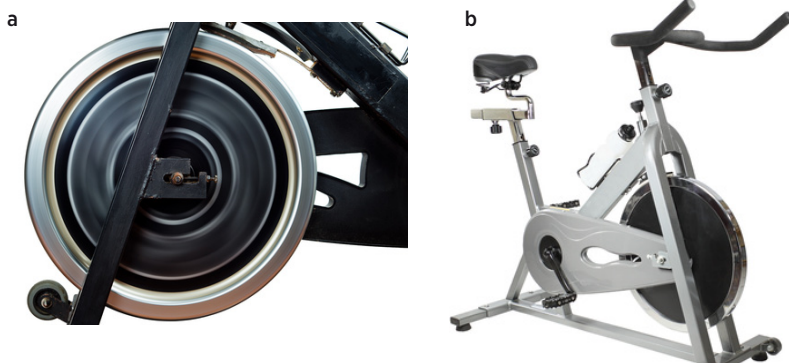


Figura 5.

a. Il volano di una *spinbike* è costituito da un disco con un elevato momento di inerzia, il quale, stabilizzando la rotazione, consente pedalate più regolari.

b. Nei motori l'elevato momento di inerzia del volano mantiene in rotazione gli organi anche in assenza della forza motrice.