SCOMPOSIZIONE DELLA FORZA-PESO SUL PIANO INCLINATO

Quando appoggiamo un oggetto su un piano inclinato la sua forza-peso $\vec{F}_p$ viene parzialmente equilibrata dalla reazione normale al piano, per cui esso è attratto verso il basso da una forza di intensità minore rispetto alla forza-peso stessa, e diretta lungo la direzione parallela al piano. Affinché si abbia una situazione di equilibrio, quindi, è necessario applicare una forza $\vec{F}_e$ diretta in verso contrario rispetto a quest'ultima e di uguale intensità.

Abbiamo visto che la forza equilibrante dipende dalla forza-peso del corpo e dalle caratteristiche geometriche del piano, secondo la **formula 8.1**:

$$F_e = F_p \frac{h}{\ell}$$

dove h è l'altezza del piano inclinato e ℓ la sua lunghezza **(figura 1)**.

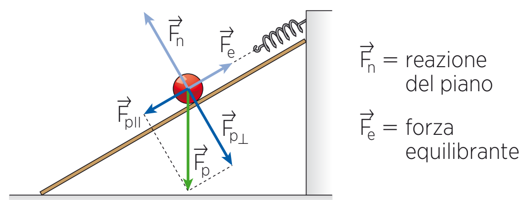


Figura 1. La componente parallela al piano della forza-peso è equilibrata da $\vec{F}_e$, che dipende dalla lunghezza ℓ del piano e dalla sua altezza h.

Ci proponiamo ora di dimostrare tale formula, facendo riferimento alla **figura 2**.

Consideriamo a tale scopo il triangolo $\widehat{ABC}$, ottenuto con una sezione verticale del piano inclinato, e il triangolo $\widehat{A'B'C'}$, formato dai vettori $\vec{F}_p$, $\vec{F}_{p\parallel}$ e dal segmento che congiunge i loro estremi liberi. Tali triangoli sono rettangoli rispettivamente in B e in B' per costruzione e hanno gli angoli in A e C uguali rispettivamente agli angoli in A' e C'.

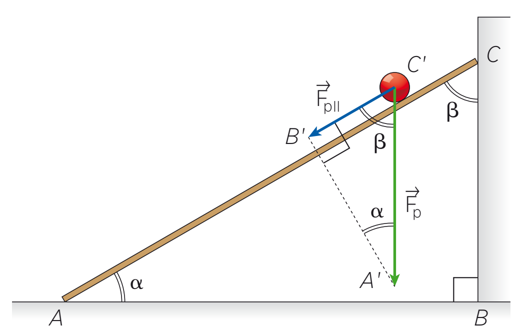


Figura 2. Relazioni tra le grandezze che caratterizzano il piano inclinato e le componenti della forza-peso di un corpo poggiato su di esso.

Infatti

$$A'C' \parallel CB$$
$$B'C' \parallel AC$$

Per cui

$$\hat{C} = \hat{C}' = \beta$$

e di conseguenza

$$\widehat{A} = \widehat{A'} = \alpha$$

I triangoli rettangoli $\widehat{ABC}$ e $\widehat{A'B'C'}$ sono pertanto simili in quanto hanno tre angoli uguali, e quindi hanno anche i lati in proporzione:

$$AB : A'B' = BC : B'C' = CA : C'A'$$

Dato che

$$BC = h \qquad B'C' = F_{p||}$$
$$CA = \ell \qquad C'A' = F_p$$

si può scrivere:

$$h : F_{p||} = \ell : F_p$$

La forza equilibrante $\vec{F}_e$ deve avere la stessa intensità della forza $\vec{F}_{p||}$, pertanto si ha

$$h : F_e = \ell : F_p$$

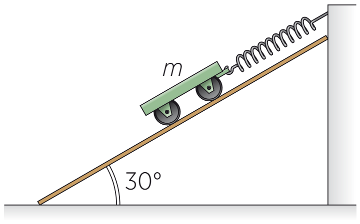
che equivale alla **formula 8.1**.

Dall'uguaglianza degli angoli in A e in A' si ricavano, inoltre le componenti della forza-peso $\vec{F}_p$ in funzione dell'angolo di inclinazione α del piano:

$$F_{p||} = F_p \sin\alpha$$
$$F_{p\perp} = F_p \cos\alpha$$

ESEMPIO

Un carrello di massa 55 kg si trova su un piano inclinato di 30° rispetto all'orizzontale. Quale forza bisogna applicare parallelamente al piano per mantenerlo in equilibrio?



SOLUZIONE Dato che la forza equilibrante è uguale e opposta alla forza $\vec{F}_{p||}$, allora

$$F_e = F_p \sin\alpha = (55\text{ kg}) \times (9{,}8\text{ N/kg}) \times \sin 30° = 2{,}7 \times 10^2\text{ N}$$

DOMANDA Quanto vale la reazione normale $\vec{F}_n$ del piano?