

Esame di stato per i licei scientifici Indirizzo scientifico tecnologico Progetto Brocca

Trascrizione dei testi e redazione delle risoluzioni di Paolo Cavallo

TEMI D'ESAME

Anno scolastico 2003/2004

Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, motivando i passaggi intermedi e prestando attenzione al corretto uso della terminologia scientifica.

TEMA 1

Se si scalda l'estremità di una barra di ferro, si nota che essa emette inizialmente una radiazione termica che è percepita dalla pelle ma non dagli occhi. Se si continua a far aumentare la temperatura, l'estremità della barra diventa luminosa; il colore è prima rosso e poi, aumentando ancora la temperatura, tende al bianco. Il candidato risponda ai seguenti quesiti.

- ▶ **1** Analizzare il fenomeno descritto e fornire una spiegazione fisica delle varie fasi che portano dalla iniziale emissione termica a quella luminosa, prima rossa e poi bianca.
- ▶ **2** Collegare il fenomeno descritto alle ricerche riguardanti la curva d'emissione della radiazione elettromagnetica del corpo nero che portarono Planck, nel 1900, a formulare l'ipotesi del quanto di energia. Descrivere il problema affrontato da Planck e la sua ipotesi finale.
- ▶ **3** Descrivere l'evoluzione del concetto di quanto di energia fino ad arrivare al concetto di fotone, introdotto da Einstein, e utilizzato nel 1905 per spiegare l'effetto fotoelettrico e, successivamente, l'effetto Compton. Fornire una spiegazione fisica dei due effetti.
- ▶ **4** Calcolare, in elettronvolt e in joule, l'energia trasportata da un fotone proveniente da una lampada che emette luce gialla di lunghezza d'onda $\lambda = 600$ nm.
- ▶ **5** Una piccola lastra di rame, di massa $m = 20$ g e calore specifico $c = 0,092$ kcal/(kg · °C), aumenta la sua temperatura di 2 °C perché investita dalla radiazione infrarossa proveniente da una stufa. Sapendo che la frequenza della radiazione $\nu = 3 \cdot 10^{13}$ Hz, calcolare il numero dei fotoni che hanno interagito con il rame provocandone il riscaldamento.

Si ricordano i seguenti valori approssimati della velocità della luce e della costante di Planck: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J · s.

TEMA 2

Le immagini che si formano sullo schermo di un apparecchio televisivo sono generate dall'interazione tra un fascio di elettroni veloci e i fosfori depositati sulla superficie interna dello schermo stesso. Gli elettroni provengono dalla sezione posteriore del tubo catodico dove un filamento metallico è portato all'incandescenza. Il candidato risponda alle seguenti domande.

- ▶ **1** Spieghi perché l'alta temperatura del filamento favorisce l'emissione di elettroni.
- ▶ **2** Spieghi perché i fosfori depositati sulla superficie dello schermo emettono luce quando interagiscono con gli elettroni veloci del tubo catodico.
- ▶ **3** Nella figura 1a è schematicamente rappresentato un tubo catodico nel quale sono visibili: due generatori di tensione continua (G_1 per l'alta tensione e G_2 per la bassa tensione), il filamento riscaldato (*Fil*), il collimatore del fascio elettronico (*Coll*) formato da due piastrine metalliche forate e parallele, lo schermo S, la zona Z dove gli

elettroni sono deviati da un campo magnetico. Il candidato descriva e commenti:

- le funzioni e le polarità dei generatori G_1 e G_2 ;
- in quale zona del tubo catodico l'intensità del campo elettrico è elevata e dove, invece, è trascurabile.

- **4** Nell'ipotesi che la differenza di potenziale tra il filamento e il collimatore sia $\Delta V = 30$ kV, il candidato calcoli: l'energia cinetica acquistata dagli elettroni nel loro percorso tra *Fil* e *Coll*, espressa in elettronvolt e in joule; la velocità degli elettroni al loro passaggio attraverso il collimatore (ipotesi classica), commentando il risultato per quanto riguarda gli eventuali effetti relativistici.

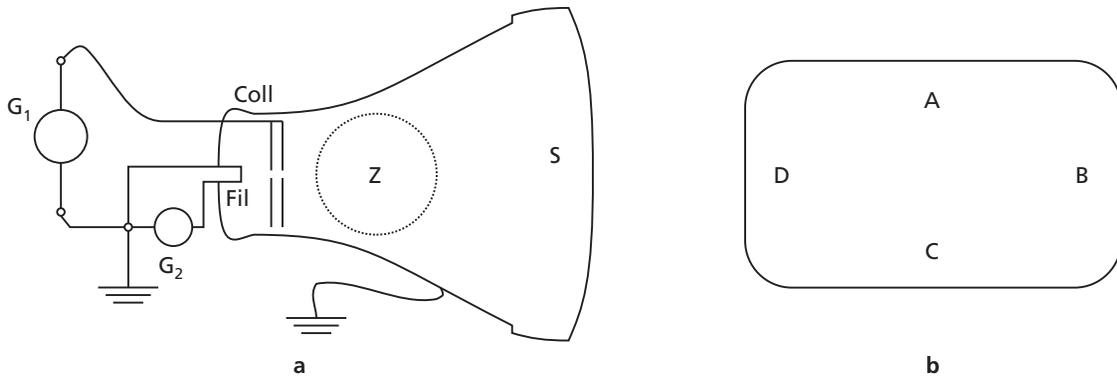


Figura 1

- **5** Con riferimento alla figura 1b, che rappresenta la vista anteriore dello schermo, e nell'ipotesi che il campo magnetico nella zona Z sia uniforme, il candidato disegni il vettore \vec{B} necessario, ogni volta, per far raggiungere al fascio di elettroni i punti A, B, C, D sullo schermo.
- **6** Il candidato si riferisca ora alla figura 2 dove tt è la traiettoria del fascio elettronico, r è il raggio dell'arco di traiettoria compiuto all'interno di Z , δ è l'angolo di deviazione del fascio elettronico. Si supponga che l'angolo di deviazione sia $\delta = 30^\circ$ e che il campo magnetico sia uniforme all'interno della zona sferica Z , di raggio $R_Z = 4$ cm, e nullo altrove. Il candidato calcoli l'intensità del vettore \vec{B} che porta a tale angolo di deviazione e ne indichi la direzione e il verso, osservando che lo schermo è perpendicolare al piano del foglio.

Nella figura 2 l'angolo δ è stato disegnato più grande di 30° con lo scopo di rendere l'immagine più compatta per facilitarne lo studio.

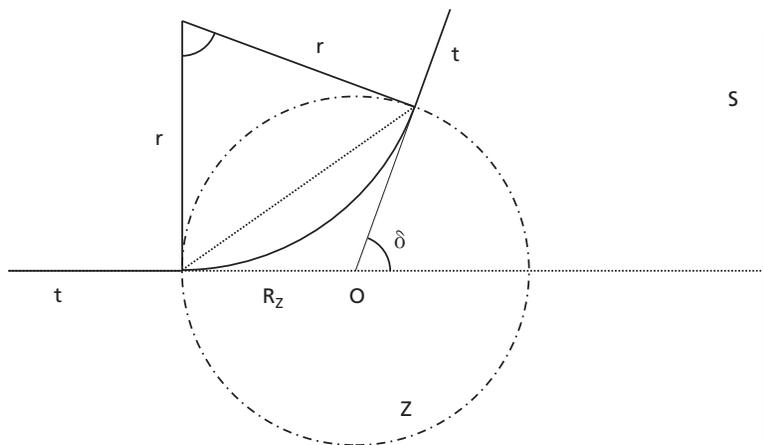


Figura 2

Si ricordano i seguenti dati approssimati: carica dell'elettrone $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, massa dell'elettrone $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, velocità della luce $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s.

TEMI D'ESAME E RISOLUZIONI

Anno scolastico 2005/2006

Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, prestando particolare attenzione al corretto uso della terminologia scientifica e delle cifre significative nella presentazione dei risultati numerici.

TEMA 1

L'effetto fotoelettrico, che presenta oggi tante applicazioni tecnologiche, si basa su una fondamentale interpretazione teorica che ha contribuito in modo essenziale allo sviluppo della fisica contemporanea.

Il candidato risponda ai seguenti quesiti e, dove è necessario effettuare calcoli, descriva i passaggi intermedi e commenti le conclusioni.

- ▶ **1** Relazionare sulla spiegazione teorica dell'effetto fotoelettrico proposta da Albert Einstein, confrontandola con i falliti tentativi d'interpretazione basati sulla fisica classica.
- ▶ **2** Dopo avere scritto e commentato le leggi che governano l'effetto fotoelettrico, proporre un esempio pratico descrivendo un'applicazione tecnologica e spiegandone il funzionamento.
- ▶ **3** Calcolare la lunghezza d'onda corrispondente alla frequenza di soglia per l'estrazione di fotoelettroni dal potassio, sapendo che il suo lavoro di estrazione è 2,21 eV.
- ▶ **4** Calcolare, in J e in eV, la massima energia cinetica e la corrispondente quantità di moto degli elettroni estratti da una superficie ricoperta di potassio irradiata con raggi ultravioletti di lunghezza d'onda $\lambda = 248,2$ nm e calcolare la corrispondente lunghezza d'onda di de Broglie.

Si ricordano i seguenti valori approssimati:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

TEMA 2

L'effetto Joule ha tantissime applicazioni pratiche, anche all'interno delle nostre case. Il candidato risponda ai seguenti quesiti e, dove è necessario effettuare calcoli, descriva i passaggi intermedi e commenti le conclusioni.

- ▶ **1** Descrivere e spiegare l'effetto Joule con una breve relazione scientifica.
- ▶ **2** Spiegare perché la resistenza di un conduttore aumenta con l'aumento della temperatura. Cosa succede, invece, nel caso di un semiconduttore?
- ▶ **3** Rappresentare graficamente e commentare l'andamento dell'intensità di corrente nel filamento di una lampada, in funzione del tempo, da quando è freddo a quando è diventato incandescente (si supponga costante la d.d.p. applicata al filamento).
- ▶ **4** Spiegare il significato dell'espressione «cortocircuito» che si sente qualche volta come causa d'incendio in un appartamento.
- ▶ **5** Spiegare il concetto di potenza elettrica e ricavare le formule che permettono di calcolare sia l'energia sia la potenza in corrente continua e alternata. Ricavare anche le rispettive unità di misura come grandezze derivate del Sistema SI.
- ▶ **6** Uno scaldabagno elettrico, con una potenza di 1,2 kW, contiene 80 litri d'acqua alla temperatura di 18 °C. Ammettendo che vi sia una dispersione di energia del 5%, calcolare:
 - l'intensità di corrente che attraversa la resistenza, sapendo che la tensione di rete è 220 V;
 - il tempo necessario, approssimando al minuto, perché il termostato interrompa l'alimentazione elettrica sapendo che esso è predisposto per interromperla quando l'acqua ha raggiunto la temperatura di 40 °C;
 - la spesa da sostenere per portare l'acqua da 18 °C a 40 °C, sapendo che il costo del servizio è di 0,13 euro/kWh;
 - la spesa sostenuta inutilmente a causa della dispersione di energia nello scaldabagno.

RISOLUZIONE DEL TEMA 1

► Quesito 1

L'effetto fotoelettrico può essere messo in evidenza utilizzando un opportuno tubo a vuoto con due elettrodi connessi a una pila che mantiene fra essi una differenza di potenziale assegnata. Poiché i due elettrodi sono isolati, nel circuito così costituito non passa alcuna corrente (fatto salvo il brevissimo transitorio per la carica delle capacità parassite presenti nel circuito). Ma se il catodo (l'elettrodo connesso al polo negativo della pila) è costituito da una piastrina metallica, è possibile far passare una corrente nel circuito illuminando il catodo con una sorgente di radiazione elettromagnetica, visibile o ultravioletta. Finché la lunghezza d'onda della radiazione impiegata è superiore a un certo valore λ_0 , detto *lunghezza d'onda di soglia*, nel circuito non si osserva alcuna corrente, qualunque sia l'intensità della sorgente impiegata. La corrente passa soltanto se la radiazione ha una lunghezza d'onda uguale o inferiore a λ_0 .

Einstein propose un modello, basato sull'ipotesi che la luce abbia natura corpuscolare e sia costituita da particelle che oggi chiamiamo fotoni. Quando un fotone colpisce un elettrone nel metallo che costituisce il catodo, gli cede la propria energia hf , con f pari alla frequenza della luce incidente. Se la frequenza del fotone è troppo bassa (ovvero, se la lunghezza d'onda è troppo alta), l'energia ceduta all'elettrone è inferiore alla funzione lavoro W che misura l'energia necessaria a estrarre un elettrone, e l'elettrone resta confinato nel metallo: qui, negli urti con il reticolo cristallino, perde immediatamente l'energia acquistata. Se invece f è uguale o superiore a una frequenza di soglia f_0 (ovvero, se $\lambda \leq \lambda_0 = c/f_0$) l'elettrone acquista un'energia almeno sufficiente a lasciare il metallo e a muoversi nel campo elettrico esterno stabilito dalla pila. La condizione che determina λ_0 è allora semplicemente:

$$W = \frac{hc}{\lambda_0} \quad (1)$$

Dal punto di vista dell'elettromagnetismo classico, l'effetto fotoelettrico è sconcertante. Se nel circuito si stabilisce una corrente, possiamo ipotizzare che il catodo illuminato emetta elettroni, in maniera simile a quello che avviene nell'effetto termoionico. L'energia necessaria ad abbandonare il catodo, indicata dalla funzione lavoro W , deve evidentemente essere fornita agli elettroni dalla radiazione incidente. Ma secondo l'elettromagnetismo classico l'energia della radiazione non dipende dalla lunghezza d'onda. Per la precisione, la densità di energia elettromagnetica in una zona dello spazio in cui è presente un campo elettrico sinusoidale è direttamente proporzionale al quadrato del valore massimo del campo. In questa relazione non compaiono né la frequenza né la lunghezza d'onda dell'onda elettromagnetica in questione.

In altri termini, con una sorgente di radiazione abbastanza intensa e quindi in grado di generare un campo elettrico con un valore massimo sufficientemente intenso, si dovrebbe osservare un passaggio di corrente per qualunque valore della lunghezza d'onda. L'esistenza di un effetto di soglia resta classicamente inspiegabile.

► Quesito 2

Per il principio di conservazione dell'energia, l'energia che l'elettrone possiede appena al di fuori del catodo deve essere uguale all'energia ceduta dal fotone, diminuita dell'energia W necessaria ad abbandonare il metallo e, eventualmente, dell'ulteriore energia persa per collisioni con gli atomi del metallo. L'energia che un elettrone possiede dopo essere sfuggito al metallo è quindi al più uguale a:

$$E_e = E_f - W \quad (2)$$

dove E_f è l'energia del fotone incidente, mentre E_e è l'energia cinetica dell'elettrone estratto dal metallo.

Non appena l'elettrone è emesso dal catodo, esso viene accelerato dal campo elettrico imposto dalla pila fra gli elettrodi. Se la polarità del campo viene invertita, in modo che il catodo sia connesso al polo positivo della pila, la corrente nel circuito non va necessariamente a zero (corrente inversa), perché l'energia cinetica E_e può essere sufficiente a permettere all'elettrone di raggiungere l'elettrodo opposto. L'elettrone risale la d.d.p. ΔV grazie all'energia cinetica che possiede, e in questo modo tale energia cinetica si trasforma nell'energia potenziale $E_p = e\Delta V$. Se ΔV è abbastanza grande, l'energia cinetica dell'elettrone non è sufficiente a permettergli di raggiungere l'elettrodo opposto e la corrente nel circuito va a zero: la d.d.p. ΔV_{arr} necessaria a ottenere questo risultato è nota come *potenziale di arresto*.

L'effetto fotoelettrico è sfruttato in diversi dispositivi, fra cui le cellule fotoelettriche impiegate come interruttori sensibili alla luce nei circuiti che regolano l'apertura di cancelli automatici o l'attivazione di sistemi di allarme. Quando la radiazione che illumina il catodo viene intercettata da un oggetto di passaggio, la corrente nel circuito si interrompe. La variazione di corrente può essere utilizzata come segnale che attiva il servomeccanismo di apertura di un cancello.

► **Quesito 3**

Poiché $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, il lavoro di estrazione del potassio risulta:

$$W = 2,21 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = 3,5 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad (3)$$

Dall'equazione (1) si ricava, nel caso in esame:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{W} = \frac{(6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{3,5 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 5,7 \cdot 10^{-7} \text{ m} \quad (4)$$

► **Quesito 4**

I fotoni della luce ultravioletta incidente hanno una frequenza:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{248,2 \text{ nm}} = 1,208 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \quad (5)$$

In questo calcolo si è usato per c il valore più preciso $2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Dato che questo valore è ben noto, mentre ottenere la lunghezza d'onda della luce incidente con quattro cifre significative dovrebbe aver richiesto un impegno sperimentale non indifferente, sarebbe poco sensato arrivare a un risultato della frequenza *con una sola cifra significativa*, come dovremmo fare se utilizzassimo il valore fornito dal testo.

L'energia dei singoli fotoni è pertanto

$$E_f = hf = (6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})(1,208 \cdot 10^{15} \text{ Hz}) = 8,0 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad (6)$$

Anche qui si sarebbe potuto ricorrere a un valore più preciso di h , facilmente disponibile anche con sette cifre significative.

Dalla (2) otteniamo per l'energia cinetica dei fotoelettroni:

$$K = E_f - W = 8,0 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 3,5 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 4,5 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,8 \text{ eV} \quad (7)$$

L'energia K è molto inferiore all'energia di riposo di un elettrone, che vale $E_r = m_e c^2 = 8,2 \cdot 10^{-14} \text{ J}$. Siamo dunque in regime non relativistico e possiamo ricavare la velocità degli elettroni con la formula newtoniana:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m_e}} = \sqrt{\frac{2(4,5 \cdot 10^{-19} \text{ J})}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 9,9 \cdot 10^5 \text{ m/s} \quad (8)$$

La quantità di moto di un elettrone animato da tale velocità è, sempre secondo la meccanica newtoniana:

$$p = m_e v = (9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})(9,9 \cdot 10^5 \text{ m/s}) = 9,0 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad (9)$$

Secondo una nota ipotesi di de Broglie, da cui prese le mosse la meccanica quantistica moderna, a ogni particella materiale si deve associare un'onda di lunghezza d'onda inversamente proporzionale alla sua quantità di moto. In questo caso:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9,0 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 0,73 \text{ nm} \quad (10)$$

RISOLUZIONE DEL TEMA 2

► Quesito 1

L'effetto Joule è il fenomeno per il quale il passaggio di corrente all'interno di un conduttore determina un aumento di temperatura di quest'ultimo. L'aumento di temperatura dipende da vari fattori, fra cui la capacità termica del conduttore, la possibilità che esso ceda calore all'ambiente, l'intervallo di tempo preso in esame e, in particolar modo, la differenza di potenziale ai capi del conduttore e la corrente stabilita su di esso.

Una pila, e in generale un generatore di tensione, forniscono energia ai portatori di carica che circolano in un conduttore. Possiamo immaginare che in una pila, a circuito aperto, esista ai due morsetti una certa quantità di carica statica non bilanciata, di segno opposto. Una distribuzione di cariche di questo tipo possiede evidentemente una energia potenziale elettrica, dato che è possibile accelerare i portatori di carica permettendo loro di raggiungere le cariche di segno opposto. Quando si chiude il circuito avviene appunto questo. I portatori di carica (in un conduttore metallico, ad esempio, si tratta di elettroni) si muovono lungo il circuito sotto l'azione del campo elettrico generato dalla distribuzione di cariche: così facendo trasformano energia potenziale in energia cinetica, la quale viene poi trasformata in energia interna del conduttore negli urti disordinati fra gli elettroni e il reticolo cristallino. Tale aumento di energia interna si manifesta attraverso un aumento di temperatura del conduttore stesso: per effetto della corrente che è presente in esso, il conduttore si scalda. Questa spiegazione dell'effetto Joule ricorre esclusivamente a concetti classici, ma resta in prima approssimazione molto utile.

► Quesito 2

Gli stessi concetti classici a cui abbiamo fatto ricorso per illustrare l'effetto Joule possono essere invocati per tentare di spiegare il fatto sperimentale per cui, nei conduttori metallici, l'aumento di temperatura fa aumentare la resistività del materiale e di conseguenza la resistenza del conduttore. Si può dire, allora, che l'aumento di temperatura fa aumentare la velocità del moto di agitazione termica tanto dei nuclei atomici nel reticolo cristallino quanto degli elettroni di conduzione. Il primo processo, però, non può essere molto significativo, perché le velocità termiche dei nuclei sono comunque molto piccole in confronto a quelle degli elettroni incidenti, e una variazione delle prime non può portare a una variazione apprezzabile delle seconde.

Resta dunque il secondo processo. Se gli elettroni hanno velocità termiche maggiori, il tempo che intercorre fra un urto e l'altro diminuisce; dunque diminuisce il tempo durante il quale il campo elettrico esterno (applicato dalla pila) può accelerarli nel moto di conduzione, prima che un urto casuale riporti l'elettrone a condizioni in media uguali a quelle precedenti l'accelerazione. Questa è la spiegazione classica della dipendenza della resistenza dalla temperatura.

Va detto, però, che questa spiegazione comporta serie difficoltà. Molti esperimenti mostrano che gli elettroni di conduzione non variano apprezzabilmente la propria energia quando il conduttore viene scaldato: se l'aumento della resistività con la temperatura fosse davvero dovuto agli elettroni e fosse spiegabile secondo la fisica classica, il fenomeno non esisterebbe neppure.

Una spiegazione del fenomeno compatibile con il complesso delle osservazioni sperimentali viene data invece dalla teoria quantistica dei solidi. Si tratta però di un argomento molto avanzato, e non è verosimile che ci si aspetti che il candidato sia in grado di farvi ricorso.

Che il testo non richieda una spiegazione di carattere quantistico lo dimostra il diverso tenore della seconda parte della domanda. In essa non si chiede di «spiegare» il comportamento dei semiconduttori al variare della temperatura, ma soltanto di descriverlo. In effetti, i semiconduttori si comportano in maniera opposta a quella dei metalli: quando la temperatura aumenta, la resistività di un semiconduttore *diminuisce*. Il fenomeno è del tutto paradossale dal punto di vista classico, e può essere spiegato soltanto dalla teoria quantistica.

► Quesito 3

In termini qualitativi, la variazione della corrente I al variare del tempo t nel filamento di una lampadina sottoposto a una differenza di potenziale costante può essere rappresentata come nella figura 1, dove la differenza fra la curva ideale, corrispondente a una resistenza indipendente dalla temperatura, e la curva reale è stata opportunamente sot-

tolineata. Al passare del tempo, dapprima la temperatura del filamento aumenta e con essa diminuisce la corrente, secondo quanto previsto dalle legge di Ohm:

$$\Delta V = RI \quad (11)$$

Se il filamento fosse isolato, la sua temperatura aumenterebbe costantemente, almeno fino a raggiungere la temperatura di fusione del materiale che lo costituisce. Ma il filamento perde energia per irraggiamento, e per questo motivo, raggiunta una particolare temperatura (che per una lampadina tradizionale è intorno ai 3000 K), si viene a creare una condizione di equilibrio dinamico: l'energia ulteriore che «entra» nel filamento come energia elettrica «fluisce» nell'ambiente come energia elettromagnetica. Restando costante l'energia, anche la temperatura del filamento, e di conseguenza la sua resistenza, non variano più e la corrente si mantiene, di qui in avanti, costante.

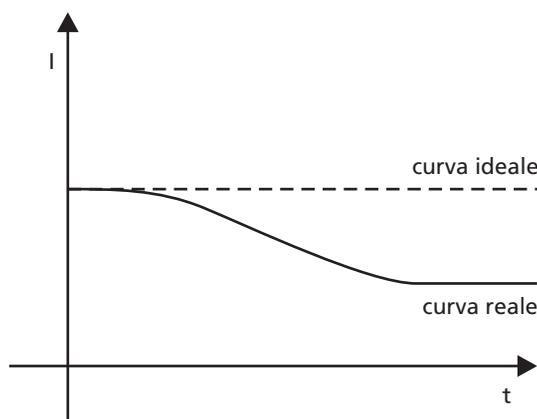


Figura 1

► **Quesito 4**

Nella trattazione dei circuiti elettrici, l'espressione cortocircuito indica il collegamento di due punti a potenziale differente mediante un conduttore di resistenza molto piccola. Per la legge di Ohm, questa situazione comporta una corrente di intensità molto elevata. Le considerazioni che precedono, e ancora meglio quelle che seguono, chiariscono che la presenza di una corrente

elevata in un conduttore comporta che la temperatura di questo si alzi anche notevolmente. Se il conduttore è vicino a materiale infiammabile, la condizione di cortocircuito può dare fuoco a questo materiale, comportando un principio di incendio.

► **Quesito 5**

La grandezza fisica *potenza* è definita come il rapporto fra una variazione di energia (che può avere luogo perché un sistema guadagna o perde energia, o perché l'energia di un sistema passa da una forma a un'altra) e l'intervallo di tempo in cui essa avviene:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad (12)$$

È facile notare come, qualora l'energia possa essere scritta come una funzione del tempo, la potenza non rappresenti altro che la derivata dell'energia rispetto al tempo. In ogni caso, la potenza rappresenta la velocità con cui varia l'energia di un sistema, o una delle sue forme. Come abbiamo visto, in un circuito elettrico l'energia elettrica si trasforma continuamente in energia interna dei conduttori che si scaldano. Si può quindi parlare di *potenza elettrica*, indicando con questo termine la velocità con cui l'energia elettrica si trasforma in energia interna (o in altre forme di energia).

Ricordiamo che l'energia posseduta da un sistema di cariche può essere scritta come il prodotto di una di esse per il potenziale elettrico prodotto dalle altre:

$$E_{el} = qV \quad (13)$$

Se la carica in esame passa da un punto a un altro, attraversando una d.d.p. ΔV , la corrispondente variazione di energia elettrica è

$$\Delta E_{el} = q \Delta v \quad (14)$$

Sostituendo la (13) nella (12), si ottiene:

$$P = \frac{q \Delta V}{\Delta t} = \frac{q}{\Delta t} \Delta V = I \Delta V \quad (15)$$

dove abbiamo applicato la definizione di intensità di corrente come velocità di spostamento della carica:

$$I = \frac{q}{\Delta t} \quad (16)$$

Si giunge così a un risultato molto utile: *la potenza elettrica in un conduttore percorso da corrente è uguale al prodotto dell'intensità di corrente per la differenza di potenziale ai capi del conduttore*. Sostituendo nella (15) a ogni grandezza le corrispondenti unità nel Sistema Internazionale, si osserva come l'equazione si traduca in una identità:

$$A \cdot V = A \cdot \frac{J}{A \cdot s} = \frac{J}{s} = W \quad (17)$$

La (15) si può anche scrivere, grazie alla legge di Ohm:

$$P = VI = (RI)I = RI^2 \quad (18)$$

Questa relazione è utile per ricavare l'espressione della potenza nel caso di una corrente alternata di ampiezza massima I_0 e pulsazione ω . In tal caso la potenza istantanea sarà data dall'espressione:

$$P(t) = R[I_0 \sin \omega t]^2 \quad (19)$$

Integrando la potenza $P(t)$ su un periodo $2\pi/\omega$ e dividendo il risultato per il periodo stesso, si ottiene l'espressione della *potenza media*:

$$\bar{P} = R \frac{I_0^2}{2} = R \left(\frac{I_0}{\sqrt{2}} \right)^2 \quad (20)$$

dove il termine $I_0/\sqrt{2}$ prende il nome di *corrente efficace*.

Si ottengono, allo stesso modo, le relazioni in termini di differenza di potenziale:

$$P = \frac{\Delta V^2}{R} \quad (21)$$

e

$$\bar{P} = \left(\frac{\Delta V_0}{\sqrt{2}} \right)^2 \frac{1}{R} \quad (22)$$

dove $\Delta V_0/\sqrt{2}$ è la *tensione efficace*.

► **Quesito 6**

Dalle relazioni precedenti si ricava che, per una potenza media di 1,2 kW e una tensione efficace di 220 V, l'intensità di corrente efficace deve essere pari a

$$I_0 = \frac{\bar{P}}{\Delta V_0} = \frac{1,2 \text{ kW}}{220 \text{ V}} = 5,45 \text{ A} \quad (23)$$

Una quantità d'acqua pari a 80 L, ovvero con una massa di 80 kg, ha una capacità termica pari a:

$$C = (80 \text{ kg}) (4,18 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})) = 3,3 \cdot 10^5 \text{ J/K} \quad (24)$$

Per produrre una variazione di temperatura di $40 \text{ }^\circ\text{C} - 18 \text{ }^\circ\text{C} = 22 \text{ }^\circ\text{C} = 22 \text{ K}$ è necessaria un'energia:

$$\Delta E = C \Delta T = (3,3 \cdot 10^5 \text{ J/K}) (22 \text{ K}) = 7,3 \text{ MJ} \quad (25)$$

Dalla (12), e tenendo conto che la potenza utile è pari al 95% di quella totale, si ricava un intervallo di tempo necessario pari a

$$\Delta t = \frac{\Delta E}{P_u} = \frac{7,3 \text{ MJ}}{0,95 (1,2 \text{ kW})} = 6,4 \cdot 10^3 \text{ s} \approx 107 \text{ min} \quad (26)$$

Il termostato interromperà l'alimentazione dopo circa un'ora e quarantasette minuti. Questo intervallo di tempo è pari a 1,78 h. L'energia consumata in kilowattora è pertanto semplicemente $1,2 \text{ kW} \cdot 1,78 \text{ h} = 2,1 \text{ kWh}$. Dato il costo del servizio, ciò comporta una spesa di circa 27 centesimi.

Di tale spesa, il 5%, pari a poco più di un centesimo, è «inutile» o, meglio, è dovuta alle dispersioni di energia.